

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА
ШЕВЧЕНКА

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

МАМОТЕНКО СЕРГІЙ ПЕТРОВИЧ

УДК 53.08:537.6/.8:
004.93:517.443

ДИСЕРТАЦІЯ

НЕПАРАМЕТРИЧНИЙ АНАЛІЗ СПЕКТРІВ СИГНАЛІВ ВІДГУКУ ДЛЯ
ВІДНОВЛЕННЯ ДАНИХ МАГНІТНО-РЕЗОНАНСНОЇ ТОМОГРАФІЇ
105 – Прикладна фізика та наноматеріали
10 – Природничі науки

Подається на здобуття наукового ступеня **доктора філософії**

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ С. П. Мамотенко

Науковий керівник: **Нетребя**
Андрій В'ячеславович,
кандидат фізико-математичних
наук, доцент

Київ – 2026

АНОТАЦІЯ

Мамотенко С. П. Непараметричний аналіз спектрів сигналів відгуку для відновлення даних магнітно-резонансної томографії. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії з галузі знань 10 Природничі науки за спеціальністю 105 Прикладна фізика та наноматеріали. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, 2026.

Магнітно-резонансна томографія (МРТ) є провідним методом неінвазивної медичної візуалізації завдяки здатності забезпечувати високий контраст м'яких тканин. Однак наявність, зокрема, теплового шуму, що генерується електронними компонентами, впливає на якість отриманих діагностичних даних. В k -просторі, де здійснюється первинна реєстрація МРТ-сигналу, цей шум має адитивний характер, білий спектр та підпорядковується нормальному розподілу (розподілу Гаусса). Оскільки енергія корисного сигналу спадає на високих просторових частотах, що відповідають за контури та дрібні анатомічні деталі, відносний внесок шуму в цих областях суттєво зростає.

Застосування традиційних лінійних та нелінійних методів просторової фільтрації до фінальних амплітудних зображень має декілька обмежень. Нелінійна операція обчислення модуля комплексного сигналу змінює статистику шуму з гауссівської на райсівську, що може призводити до позитивного зміщення інтенсивності в ділянках із низьким співвідношенням сигнал/шум. Крім того, алгоритми просторового усереднення хоч і здатні знижувати рівень шуму, але часто демонструють надмірне згладжування високочастотних компонент, що ускладнює виділення, зокрема, патологічних уражень головного мозку.

Дисертаційна робота присвячена розробці, математичному обґрунтуванню та експериментальному дослідженню методів цифрової обробки МРТ-сигналів на основі непараметричного спектрального аналізу. Основна увага зосереджена

на створенні алгоритмів, що здатні адаптивно пригнічувати шумові компоненти в умовах, коли спектральні характеристики сигналу наперед невідомі. Також увага приділена проблемі реконструкції зображень в умовах дефіциту навчальних даних.

Під час виконання дисертаційного дослідження було вирішено такі науково-технічні задачі: досліджено вплив непараметричного згладжування спектральної густини потужності за допомогою періодограми Денієлла на структурні характеристики МРТ-зображень; розроблено гібридний підхід, що поєднує періодограмну фільтрацію зі згортковим автокодувальником для роботи з малими вибірками медичних даних; побудовано математичну модель двовимірної багатовіконної спектральної оцінювання для обробки комплексних даних у k -просторі; розроблено та експериментально досліджено оператор спектральної стиснення, побудований за аналогією з фільтром Вінера та узгоджений із багатовіконною спектральною оцінкою.

Об'єктом дисертаційного дослідження є процеси формування, поширення та цифрової обробки сигналів у магнітно-резонансній томографії за наявності шумових артефактів. Предметом дослідження є математичні моделі та алгоритми спектральної аналізу, методи глибокого машинного навчання, а також метрики об'єктивного оцінювання якості просторових розподілів спінової густини та релаксаційних характеристик біологічних тканин.

Методологічну основу дослідження становлять методи цифрової обробки сигналів і зображень, перетворення Фур'є, непараметричне спектральне оцінювання, фільтрація та кількісне оцінювання якості реконструйованих зображень. Ефективність розроблених методів визначалась за допомогою метрик PSNR, SSIM, FSIM, а також за фрактальною розмірністю, яку використано як додатковий показник збереження геометричної складності зображення.

В частині, присвяченій періодограмному аналізу, досліджено можливість застосування згладженої періодограми Денієлла для попереднього зменшення шумових артефактів у МРТ-зображеннях. Встановлено, що результат фільтрації

суттєво залежить від розміру вікна згладжування та масштабу анатомічних структур.

Третій розділ роботи присвячено вирішенню проблеми застосування методів глибокого навчання (Deep Learning) в умовах обмеженої доступності медичних даних. Нейромережеві архітектури зазвичай потребують репрезентативних навчальних вибірок, а при їх нестачі можуть втрачати здатність до ефективного узагальнення. Для зменшення цього обмеження запропоновано гібридний метод, у якому на вхід згорткового автокодувальника подаються два канали: зашумлене зображення та результат його попередньої періодограмної обробки.

Запропонований гібридний підхід протестовано на клінічних T2-зважених МРТ-сканах пацієнта з розсіяним склерозом. Встановлено, що використання попередньо обробленого спектрального подання як додаткового вхідного каналу покращує якість реконструкції в умовах малої навчальної вибірки. Кількісний аналіз показав приріст показників SSIM та PSNR порівняно зі стандартним автокодувальником та іншими класичними алгоритмами знешумлення. Водночас зі збільшенням обсягу навчальної вибірки роль гібридного підходу стає менш помітною в порівнянні з окремим автокодувальником зближуються, що вказує на доцільність використання такої схеми саме за умов дефіциту навчальних даних.

Для подолання обмежень одновіконного спектрального оцінювання розроблено метод зменшення шумових артефактів у комплексних МРТ-даних у k -просторі. У роботі реалізовано перехід від стандартної періодограми до двовимірного багатовіконного спектрального аналізу. Як віконні функції використано дискретні пролатні сфероїдальні послідовності (DPSS) для задачі зменшення дисперсії спектральної оцінки та послаблення спектрального витоку.

На основі багатовіконної оцінки спектральної густини потужності розроблено оператор спектрального стискання. Він використовує оцінений рівень шуму для регулювання внеску окремих компонент k -простору під час реконструкції. Експериментальні дослідження на комплексних МРТ-даних зі

штучно доданим гауссівським шумом показали, що багатовіконний метод забезпечує вище значення PSNR порівняно зі стандартною періодограмою та методом нелокальних середніх NLM. За метрикою FSIM отримані результати є співмірними з методом NLM.

Отримані результати підтверджують доцільність застосування непараметричного спектрального аналізу для зменшення шумових артефактів у методах магнітно-резонансної томографії. Найбільш перспективним результатом дисертаційної роботи є двовимірний багатовіконний метод обробки комплексних МРТ-даних у k -просторі, який забезпечує більш стабільну спектральну оцінку порівняно з одновіконною періодограмою та є конкурентоспроможним відносно просторових методів знешумлення.

Ключові слова: магнітно-резонансна томографія, k -простір, спектральний аналіз, періодограма Деніелла, багатовіконний метод (Multitaper), автокодувальник, тепловий шум, фільтр Вінера.

SUMMARY

Mamotenko S. P. Nonparametric Analysis of Response Signal Spectra for the Recovery of Magnetic Resonance Imaging Data. – Qualifying scientific work on manuscript rights.

Dissertation for obtaining the scientific degree of Doctor of Philosophy in the field of knowledge 10 Natural sciences in the specialty 105 Applied physics and nanomaterials. Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, 2026

Magnetic resonance imaging (MRI) is a leading method of non-invasive medical imaging due to its ability to provide high soft-tissue contrast. However, the presence of, in particular, thermal noise generated by electronic components affects the quality of the obtained diagnostic data. In k-space, where the primary registration of the MRI signal is performed, this noise has an additive character, a white spectrum, and follows a normal distribution (Gaussian distribution). Since the energy of the useful signal decreases at high spatial frequencies, which correspond to contours and fine anatomical details, the relative contribution of noise in these regions increases significantly.

The application of traditional linear and nonlinear spatial filtering methods to final magnitude images has several limitations. The nonlinear operation of calculating the modulus of a complex signal changes the noise statistics from Gaussian to Rician, which may lead to a positive intensity bias in regions with a low signal-to-noise ratio. In addition, although spatial averaging algorithms are capable of reducing the noise level, they often demonstrate excessive smoothing of high-frequency components, which complicates the identification of, in particular, pathological brain lesions.

The dissertation is devoted to the development, mathematical substantiation, and experimental investigation of digital processing methods for MRI signals based on nonparametric spectral analysis. The main attention is focused on the development of algorithms capable of adaptively suppressing noise components under conditions where the spectral characteristics of the signal are not known in advance. Attention is

also given to the problem of image reconstruction under conditions of limited training data.

In the course of the dissertation research, the following scientific and technical tasks were solved: the influence of nonparametric smoothing of the power spectral density using the Daniell periodogram on the structural characteristics of MRI images was investigated; a hybrid approach combining periodogram filtering with a convolutional autoencoder for working with small medical datasets was developed; a mathematical model of two-dimensional multitaper spectral estimation for processing complex data in k-space was constructed; a spectral shrinkage operator, developed by analogy with the Wiener filter and matched to the multitaper spectral estimate, was developed and experimentally investigated.

The object of the dissertation research is the processes of formation, propagation, and digital processing of signals in magnetic resonance imaging in the presence of noise artifacts. The subject of the research is mathematical models and algorithms of spectral analysis, deep machine learning methods, as well as metrics for objective assessment of the quality of spatial distributions of spin density and relaxation characteristics of biological tissues.

The methodological basis of the research consists of methods of digital signal and image processing, the Fourier transform, nonparametric spectral estimation, filtering, and quantitative assessment of the quality of reconstructed images. The effectiveness of the developed methods was determined using the PSNR, SSIM, and FSIM metrics, as well as fractal dimension, which was used as an additional indicator of the preservation of the geometric complexity of the image.

In the part devoted to periodogram analysis, the possibility of applying the Daniell-smoothed periodogram for preliminary reduction of noise artifacts in MRI images was investigated. It was established that the filtering result depends significantly on the size of the smoothing window and on the scale of the anatomical structures.

The third section of the work is devoted to solving the problem of applying deep learning methods under conditions of limited availability of medical data. Neural

network architectures usually require representative training datasets, and when such data are insufficient, they may lose the ability to generalize effectively. To reduce this limitation, a hybrid method is proposed in which two channels are supplied to the input of a convolutional autoencoder: the noisy image and the result of its preliminary periodogram processing.

The proposed hybrid approach was tested on clinical T2-weighted MRI scans of a patient with multiple sclerosis. It was established that the use of a preprocessed spectral representation as an additional input channel improves reconstruction quality under conditions of a small training dataset. Quantitative analysis showed an increase in SSIM and PSNR compared with a standard autoencoder and other classical denoising algorithms. At the same time, with an increase in the size of the training dataset, the role of the hybrid approach becomes less pronounced compared with a standalone autoencoder, which indicates the feasibility of using this scheme specifically under conditions of limited training data.

To overcome the limitations of single-window spectral estimation, a method for reducing noise artifacts in complex MRI data in k-space was developed. The work implements a transition from the standard periodogram to two-dimensional multitaper spectral analysis. Discrete prolate spheroidal sequences (DPSS) were used as window functions for the purpose of reducing the variance of the spectral estimate and suppressing spectral leakage.

Based on the multitaper estimate of the power spectral density, a spectral shrinkage operator was developed. It uses the estimated noise level to regulate the contribution of individual k-space components during reconstruction. Experimental studies on complex MRI data with artificially added Gaussian noise showed that the multitaper method provides a higher PSNR value compared with the standard periodogram and the non-local means method (NLM). According to the FSIM metric, the obtained results are comparable with the NLM method.

The obtained results confirm the feasibility of applying nonparametric spectral analysis to reduce noise artifacts in magnetic resonance imaging methods. The most promising result of the dissertation work is the two-dimensional multitaper method for

processing complex MRI data in k-space, which provides a more stable spectral estimate compared with the single-window periodogram and is competitive with spatial denoising methods.

Keywords: magnetic resonance imaging, k-space, spectral analysis, Daniell periodogram, multitaper method, autoencoder, thermal noise, Wiener filter.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА:

у яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. **Mamotenko, S.P.** and Netreba, A.V., Magnetic resonance image data processing by the periodogram method, Radioelectron. Commun. Syst. (2025). doi: 10.20535/S002134702412001X

2. **Mamotenko, S.P.** and Netreba, A.V., Reconstruction for MRI by autoencoder and periodogram method, Molecular Crystals and Liquid Crystals, 769(15-18), 1547–1557 (2025). doi: 10.1080/15421406.2025.2540101

3. **S. P. Mamotenko** and A. V. Netreba, Multitaper Spatial Frequency Domain Signal Noise Reduction in Magnetic Resonance Imaging, J. Nano-Electron. Phys. 18(1), 01008 (2026). doi: 10.21272/jnep.18(1).01008

які засвідчують апробацію результатів дисертації:

1. Reconstruction of magnetic resonance images using multiple periodogram methods / **Mamotenko S. P.** and Netreba A. V. // Conference Proceedings Book of XX International Scientific Conference Electronics and Applied Physics, 2024, Kyiv, Ukraine

2. Reconstruction for MRI by Autoencoder and Periodogram Method / **Mamotenko S. P.** and Netreba A. V. // International research and practice conference: Nanotechnology and Nanomaterials 21-24 of August 2024 Uzhhorod, Ukraine

3. Multitaper k-Space Denoising of Magnetic Resonance Images / **Mamotenko S. P.** and Netreba A. V. // Conference Proceedings Book of XXI International Scientific Conference Electronics and Applied Physics, 2025, Kyiv, Ukraine

4. Magnetic Resonance Image Denosing Using Frequency-Domain Windowing / **Mamotenko S. P.** and Netreba A. V. // Conference Proceedings Book of XXV International Young Scientists Conference on Applied Physics, 2025, Kyiv, Ukraine

5. Wiener-Based Spectral Shrinkage for K-Space Denoising of Magnetic Resonance Images / **Mamotenko S. P.** and Netreba A. V. // Conference Proceedings Book of XXVI International Young Scientists Conference on Applied Physics, 2026, Kyiv, Ukraine

ЗМІСТ

ВСТУП.....	15
РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ТА ОБРОБКИ СИГНАЛІВ У МАГНІТНО-РЕЗОНАНСНІЙ ТОМОГРАФІЇ	20
1.1. Фізичні основи ядерного магнітного резонансу	20
1.1.1. Спін ядра та виникнення магнітного моменту.....	20
1.1.2. Вирівнювання спінів, прецесія та частота Лармора	20
1.1.3. Радіочастотне збудження та реєстрація МРТ-сигналу.....	23
1.2. Математичне подання МРТ-сигналу: фазори та спектральний аналіз.....	24
1.3. Концепція k-простору та двовимірне подання МРТ-сигналу	26
1.3.1. Просторові частоти	26
1.3.2. Обернене перетворення Фур'є та специфіка розподілу інформації в k-просторі	29
1.4. Стандарт DICOM та структура медичних даних	32
1.5. Характеристика імпульсних послідовностей та типів контрастування ...	34
1.6. Природа шуму в МРТ та його статистичні моделі	39
1.6.1. Теплове походження шуму та його розподіл k-просторі.....	39
1.6.2. Розподіл Райса на амплітудних зображеннях	40
1.6.3. Райсове зміщення та його вплив	41
1.7. Аналіз існуючих методів фільтрації МРТ-зображень	42
1.7.1. Класичні лінійні та адаптивні просторові фільтри.....	43
1.7.2. Фільтри на основі самоподібності (NLM та BM3D)	43
1.7.3. Алгоритми глибокого навчання (Deep Learning).....	45
1.7.4. Спектральні методи та фільтрація в k-просторі	46
1.7.5. Особливості кількісного оцінювання якості МРТ-зображень	47
РОЗДІЛ 2 НЕПАРАМЕТРИЧНІ МЕТОДИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ НА ОСНОВІ ПЕРІОДОГРАМ	48
2.1 Періодограмне оцінювання спектральної щільності потужності	48
2.2 Об'єкт дослідження та моделювання шумового впливу	51

2.3 Алгоритм періодограмного знешумлення у частотній області.....	53
2.4 Метрики оцінки якості та фрактальний аналіз зображень	55
2.5 Аналіз результатів та інтерпретація експериментальних даних.....	58
2.5.1 Параметри набору даних та моделювання умов сканування	58
2.5.2 Аналіз впливу параметра згладжування K	60
2.5.3 Оцінка за індексом структурної подібності (SSIM).....	61
2.5.4 Оцінка за піковим співвідношенням сигналу до шуму (PSNR).....	63
2.5.5 Оцінка за фрактальною розмірністю (FD).....	64
2.5.6 Підсумкова візуалізація результатів реконструкції	66
2.6 Порівняльний аналіз запропонованого та обговорення обмежень.....	67
2.6.1 Підсумкова візуалізація результатів реконструкції	67
2.6.2 Обмеження методу при обробці повнорозмірних сканів	69
2.6.3 Шляхи вдосконалення періодограмного методу в МРТ.....	70
2.7 Висновки до розділу 2	71
РОЗДІЛ 3 ГІБРИДНІ МЕТОДИ РЕКОНСТРУКЦІЇ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ	
ГЛИБОКОГО НАВЧАННЯ ТА СПЕКТРАЛЬНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ.....	73
3.1 Концепція гібридного підходу до знешумлення МРТ-зображень в умовах	
обмежених даних.....	73
3.2 Архітектура згорткового автокодувальника	75
3.2.1 Структура кодувальника та декодувальника	76
3.2.2 Логіка обробки ознак у гібридній моделі.....	77
3.2.3 Функція втрат та оптимізація навчання.....	78
3.3 Експериментальні дослідження на обмежених вибірках МРТ-даних.....	78
3.3.1 Характеристика набору даних та моделювання патології.....	79
3.3.2 Сценарії навчання на надмалих вибірках.....	80
3.3.3 Візуальний аналіз та порівняння результатів реконструкції.....	80
3.4 Експериментальні дослідження на більших вибірках МРТ-даних.....	82
3.4.1 Візуальний аналіз та порівняння результатів реконструкції.....	83
3.4.2 Кількісний аналіз результатів та ефективність методів.....	84
3.4.3 Висновки щодо вибору стратегії реконструкції	85

3.5 Порівняльний аналіз гібридного методу	85
3.5.1 Теоретичні засади обраних методів	86
3.5.2 Параметризація моделей та налаштування експерименту	86
3.5.3 Візуальний аналіз результатів реконструкції та артефактів обробки	87
3.5.4 Кількісне порівняння та аналіз метрик ефективності	88
3.5.5 Статистична верифікація результатів	89
3.6 Висновки до розділу 3	91
РОЗДІЛ 4 БАГАТОВІКОННИЙ СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ У ПРОСТОРОВО- ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ ДЛЯ ЗМЕНШЕННЯ ШУМОВИХ АРТЕФАКТІВ В ЗОБРАЖЕННЯХ МАГНІТНО-РЕЗОНАНСНОЇ ТОМОГРАФІЇ	93
4.1. Теоретичні засади формування k-простору та стохастична модель шуму в МРТ	93
4.2. Математична модель багатовіконного спектрального оцінювання	95
4.2.1. Обмеження класичних методів періодограм та концепція ортогональних вікон	95
4.2.2. Дискретні пролатні сфероїдальні послідовності (DPSS)	96
4.2.3. Двовимірна багатовіконна оцінка спектральної густини потужності сигналу	97
4.3. Оператор спектрального стискання на основі фільтра Вінера.....	99
4.3.1. Вінерівська фільтрація як вихідна теоретична модель	99
4.3.2. Адаптація Вінер-підходу до умов невідомого спектра сигналу	100
4.3.3. Синтез оператора спектрального стискання	101
4.3.4. Процедура реконструкції комплексного зображення	102
4.4. Методологія експериментального дослідження	102
4.4.1. Формалізація вхідних даних та попередня обробка	103
4.4.2. Формування комплексного еталонного зображення.....	104
4.4.3. Перехід до k-простору та модель шуму.....	104
4.4.4. Розрахунок рівня шуму для заданого SNR.....	105
4.5. Результати експериментальних досліджень та порівняльний аналіз з одновіконною періодограмою і методом нелокальних середніх	106

4.5.1. Аналіз впливу параметрів часово-смугового добутку та кількості вікон на якість реконструкції.....	106
4.5.2. Кількісне порівняння методів фільтрації	108
4.5.3. Візуальний аналіз відновлених зображень.....	109
4.6 Висновки до розділу 4	111
ВИСНОВКИ.....	113
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	115

ВСТУП

Актуальність теми.

Особливістю магнітно-резонансної томографії є те, що первинні МРТ-дані формуються у k -просторі, який відповідає спектру просторових частот. Шумові компоненти та артефакти, присутні у МРТ-сигналі, можуть змінювати розподіл енергії в k -просторі та у спектрі зображення. В центральній області k -простору містяться низькочастотні компоненти, що переважно визначають загальний контраст, тоді як периферійні області відповідають високим просторовим частотам, пов'язаним з дрібними деталями і контурами структур на зображенні. Зазвичай шум у МРТ має теплове походження, підпорядковується гауссівському розподілу та має білий спектр, тобто вносить однакову дисперсію шуму на всіх частотах. За сталої дисперсії шуму відношення сигнал/шум є нижчим у високочастотній області k -простору, тому відносний внесок шуму в цій області зростає.

Комплексний МРТ-сигнал подається через амплітудну і фазові складові. Тому робота лише з візуальним поданням, тобто з амплітудним зображенням, не завжди є достатньою для аналізу шуму. Після формування амплітудного зображення статистика шуму ускладнюється через нелінійну операцію обчислення модуля комплексного сигналу. У зв'язку з цим спектральний аналіз МРТ-даних є актуальним напрямом для обробки комплексного сигналу в k -просторі та просторово-частотній області, тобто до переходу до амплітудного подання. Оскільки спектральна оцінка формується безпосередньо з наявних МРТ-даних без попереднього задання параметричної моделі сигналу, такий підхід належить до непараметричних методів. Розроблення методів непараметричного спектрального аналізу для обробки МРТ-даних є актуальною науково-прикладною задачею медичної фізики та цифрової обробки сигналів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційна робота виконана в рамках тем наукових досліджень факультету радіофізики електроніки та комп'ютерних систем Київського

національного університету імені Тараса Шевченка: «Дифузійні та електродинамічні явища у багатокомпонентних неоднорідних системах для медико-біологічних інформаційних технологій» НДР № 22 БФ 052-01, № ДР 0122U002024 (науковий керівник Нетреба А.В.) та «Методи формування та використання когерентних та кореляційних процесів в атомно-ядерних, астрофізичних та біомолекулярних клітинних системах» НДР № 22 БФ 052-03, № ДР 0122U001974 (науковий керівник Висоцький В.І.).

Мета і завдання дослідження.

Метою дисертаційної роботи є розроблення та дослідження методів непараметричного спектрального аналізу для розв'язання задачі відновлення магнітно-резонансних зображень та зменшення шумових артефактів у цих зображеннях. У роботі ця задача розглядається як обернена задача оцінювання незашумленого МРТ-сигналу за його зашумленим просторовим або просторово-частотним поданням.

Для досягнення поставленої мети було сформовано наступні завдання:

- проаналізувати теоретичні основи формування МРТ-сигналу, природу шуму в комплексній області та особливості його прояву в амплітудних зображеннях та комплексних МРТ-даних;
- дослідити можливість застосування періодограмного оцінювання спектральної густини потужності для зменшення адитивного гауссівського шуму в МРТ-зображеннях;
- оцінити залежність якості реконструкції від розміру вікна згладжування періодограми Деніелла на якість реконструкції за кількісними метриками PSNR, SSIM та фрактальною розмірністю;
- розробити гібридний підхід, що поєднує періодограмну попередню обробку із згортковим автокодувальником, як підходу до оптимізації періодограми;
- визначити доцільність інтеграції спектральних методів з алгоритмами глибокого навчання в умовах обмеженої навчальної вибірки;

- реалізувати двовимірний багатовіконний спектральний метод для обробки комплексних МРТ-даних у k -просторі;
- побудувати оператор спектрального стискання на основі багатовіконної оцінки спектральної густини потужності та оціненого рівня шуму;
- порівняти ефективність запропонованого багатовіконного методу з одновіконною періодограмою та методом нелокальних середніх.

Об'єкт дослідження.

Об'єктом дослідження є процеси формування, реєстрації та цифрової обробки МРТ-сигналів у просторовій та просторово-частотній областях за наявності шумових артефактів.

Предмет дослідження.

Предметом дослідження є методи непараметричного спектрального аналізу та алгоритми зменшення шумових артефактів у МРТ-даних, зокрема в амплітудних та комплексних поданнях Т2-зважених зображень.

Методи дослідження.

Методи дослідження базуються на цифровій обробці сигналів і зображень, двовимірному перетворенні Фур'є, періодограмному оцінюванні спектральної густини потужності, згладженій періодограмі Деніелла, багатовіконному спектральному оцінюванні із застосуванням DPSS-вікон, а також на методах фільтрації за аналогією з фільтром Вінера.

Для розробки гібридного підходу використана нейромережа згорткового автокодувальника. Для оцінювання якості реконструкції використано метрики PSNR, SSIM, FSIM та фрактальну розмірність.

Наукова новизна одержаних результатів.

Наукова новизна дисертаційної роботи полягає в розробці та застосуванні методів непараметричного спектрального аналізу комплексних МРТ-даних для задачі відновлення зображень і зменшення впливу шумових артефактів цих зображень. Запропоновано нові підходи до обробки МРТ-даних у k -просторі на основі спектрального оцінювання.

В дисертації отримано такі наукові результати:

— досліджено застосування одновіконної періодограми Денієлла для зменшення шумових артефактів у МРТ-зображеннях, визначено обмеження даного підходу;

— запропоновано гібридний підхід для подолання обмежень попереднього методу, у якому результат періодограмної обробки використовується як додатковий вхідний канал згорткового автокодувальника для роботи з обмеженими навчальними вибірками;

— встановлено, що внесок періодограмної попередньої обробки в гібридному підході є найбільш помітним за умов дефіциту навчальних даних і зменшується зі збільшенням обсягу вибірки;

— розроблено двовимірний багатовіконний метод зменшення шумових артефактів у комплексних МРТ-даних у k -просторі;

— запропоновано оператор спектрального стискання, побудований на основі багатовіконної оцінки спектральної густини потужності та оціненого рівня шуму;

— показано, що багатовіконний метод забезпечує стабільнішу спектральну оцінку порівняно з одновіконною періодограмою та є конкурентоспроможним порівняно з методом нелокальних середніх у задачі зменшення шумових артефактів у комплексних МРТ-даних.

Практичне значення одержаних результатів.

Практичне значення результатів роботи полягає у можливості використання розроблених алгоритмів для попередньої обробки МРТ-даних з метою зменшення шумових артефактів. Запропоновані підходи можуть бути використані в задачах цифрової реконструкції та аналізу медичних зображень, зокрема для підвищення якості даних перед подальшою сегментацією, обробкою або візуальною інтерпретацією.

Розроблений гібридний підхід орієнтований на застосування в умовах обмеженої доступності навчальних даних, зокрема при аналізі невеликих серій МРТ-зображень або даних, отриманих за спеціалізованими протоколами

сканування. Багатовіконний метод є придатним для обробки комплексних МРТ-даних у k-просторі, де шум у прийнятій моделі має адитивний комплексний характер. У ширшому контексті запропоновані методи можуть бути адаптовані до задач обробки сигналів ядерного магнітного резонансу, де розв’язується обернена задача відновлення сигналу за наявності шумових артефактів.

Апробація результатів дослідження.

Результати дисертаційної роботи були представлені на наукових конференціях:

— XX International Scientific Conference “Electronics and Applied Physics”, (Київ, Україна, 2024 р.);

— International Research and Practice Conference “Nanotechnology and Nanomaterials” (NANO-2024), (Ужгород, Україна, 21–24 серпня 2024 р.);

— XXI International Scientific Conference “Electronics and Applied Physics”, (Київ, Україна, 2025 р.);

— XXV International Young Scientists Conference on Applied Physics, (Київ, Україна, 2025 р.);

— XXVI International Young Scientists Conference on Applied Physics, (Київ, Україна, 2026 р.).

Публікації.

Основні положення дисертаційної роботи опубліковано у 8 наукових працях, із них: 3 статті у періодичних наукових журналах, що індексуються у наукометричній базі Scopus; 5 тез доповідей у збірниках праць наукових конференцій.

Структура та обсяг роботи.

Дисертація складається зі вступу, 4 розділів, висновків та списку використаних джерел. Загальний обсяг дисертації становить 121 сторінку. Робота містить 36 рисунків, 7 таблиць. Список використаних джерел налічує 101 найменування.

РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ТА ОБРОБКИ СИГНАЛІВ У МАГНІТНО-РЕЗОНАНСНІЙ ТОМОГРАФІЇ

1.1. Фізичні основи ядерного магнітного резонансу

1.1.1. Спін ядра та виникнення магнітного моменту

Явище ядерного магнітного резонансу (ЯМР), на якому базується метод МРТ, виникає внаслідок взаємодії атомних ядер із зовнішніми магнітними полями. Ця взаємодія можлива лише для ядер, які володіють специфічною властивістю – спіном (spin) або власним моментом імпульсу.

Спіном володіють лише ті ядра, що мають непарну кількість протонів, непарну кількість нейтронів або непарну кількість і тих, і інших [1]. У клінічній МРТ основним об'єктом інтересу є атом водню 1H , ядро якого складається з одного протона. Це зумовлено двома факторами:

1. Водень є найпоширенішим елементом в організмі людини (входить до складу води та жирів).
2. Ізотоп водню має високу чутливість до магнітного резонансу.

Оскільки ядро водню має електричний заряд і перебуває в постійному обертальному русі (спін), воно індукує навколо себе мікроскопічне магнітне поле. У результаті кожне таке ядро поводить себе як крихітний магніт, що характеризується магнітним дипольним моментом.

У звичайних умовах (за відсутності сильного зовнішнього магнітного поля) магнітні моменти ядер у зразку орієнтовані випадковим чином (хаотично) через вплив теплової енергії. Внаслідок цієї хаотичної орієнтації векторна сума всіх магнітних моментів дорівнює нулю. Це означає, що тканина в цілому не має чистої намагніченості і не створює зовнішнього магнітного сигналу [1].

1.1.2. Вирівнювання спінів, прецесія та частота Лармора

При поміщенні біологічного об'єкта у сильне стає магнітне поле $\vec{B}_0$ (main magnetic field), поведінка ядерних магнітних моментів змінюється (рис. 1.1). Згідно із законами квантової механіки, магнітні моменти протонів не

орієнтуються строго за вектором поля, як стрілка компаса, а займають один із двох дискретних енергетичних станів [1, 2]:

1. **Паралельний стан:** магнітний момент спрямований у напрямку поля $\vec{B}_0$. Цей стан відповідає нижчому рівню енергії.

2. **Антипаралельний стан (Anti-parallel):** магнітний момент спрямований проти напрямку поля $\vec{B}_0$. Цей стан відповідає вищому рівню енергії.

Хоча різниця енергій між цими станами є незначною, згідно з розподілом Больцмана, існує невеликий надлишок протонів, що перебувають у паралельному (низькоенергетичному) стані. Саме сума магнітних моментів цього невеликого надлишку ядер формує вектор намагніченості $\vec{M}$, який у стані рівноваги спрямований уздовж осі зовнішнього магнітного поля [2].

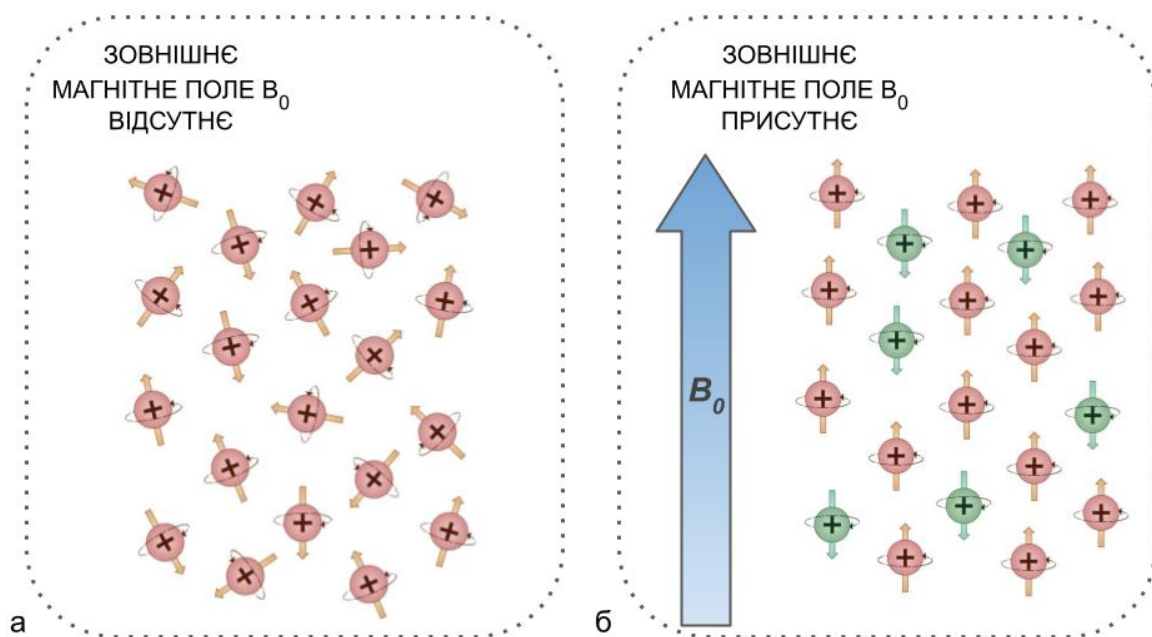


Рис. 1.1 Ліворуч — хаотичні спіни без зовнішнього магнітного поля (а). Праворуч — спіни в полі B_0 (частина "вгору", частина "вниз") (б).

Важливою динамічною характеристикою системи є те, що спіни не просто орієнтуються вздовж силових ліній, а здійснюють обертальний рух навколо осі поля. На рис. 1.2 вектор $\vec{\mu}$ позначає магнітний момент ядра, який у полі $\vec{B}_0$

здійснює такий рух. Це явище називається прецесією (подібно до руху дзиги під дією гравітації) [3]. Швидкість прецесії визначається фізичними властивостями ядра та величиною зовнішнього магнітного поля.

Кутова частота прецесії, відома як частота Лармора ω_0 , визначається фундаментальним рівнянням Лармора (1.1):

$$\omega_0 = \gamma B_0 \quad (1.1)$$

де:

ω_0 — кутова частота прецесії (рад/с);

γ — гіромагнітне співвідношення, яке є константою для конкретного ізотопу;

B_0 — напруженість зовнішнього магнітного поля (у Теслах).

Для протонів водню ^1H гіромагнітне співвідношення становить $\gamma/2\pi \approx 42.58$ МГц/Тл [1]. Це означає, що в томографі з полем 1.5 Тл спіни прецесують із частотою близько 63.87 МГц (радіочастотний діапазон). Саме ця частота є резонансною: щоб отримати сигнал від тканини, необхідно подати енергію саме на цій частоті.

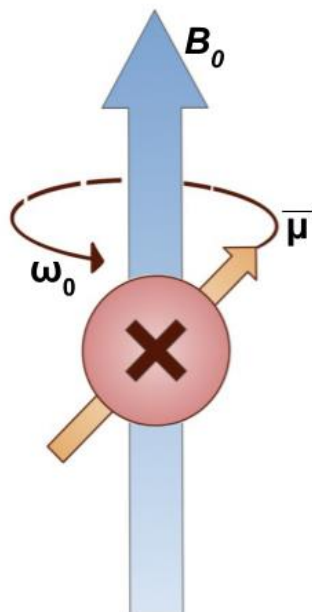


Рис. 1.2 Прецесія магнітного моменту ядра $\vec{\mu}$ у зовнішньому магнітному полі $\vec{B}_0$. Вектор $\vec{\mu}$ обертається навколо напрямку поля з ларморівською кутовою частотою ω_0 .

1.1.3. Радіочастотне збудження та реєстрація МРТ-сигналу

У стані термодинамічної рівноваги намагніченість $\vec{M}$ спрямована паралельно зовнішньому магнітному полю $\vec{B}_0$ (вісь Z). Оскільки приймальні котушки томографа розташовані у поперечній площині XY, вони не можуть зареєструвати стаціонарний поздовжній вектор. Для отримання вимірюваного сигналу систему необхідно вивести з рівноваги [2].

Це досягається шляхом короткочасної дії змінного радіочастотного (РЧ) магнітного поля $\vec{B}_1$, яке прикладається перпендикулярно до $\vec{B}_0$. Згідно з умовами резонансу, частота РЧ-імпульсу має точно дорівнювати частоті Лармора ω_0 . Під дією поля $\vec{B}_1$ вектор намагніченості відхиляється від осі Z на певний кут (flip angle), величина якого залежить від тривалості та амплітуди імпульсу.

Після вимкнення РЧ-імпульсу в системі з'являється поперечна компонента намагніченості M_{xy} , яка продовжує прецесувати навколо осі Z з частотою ω_0 .

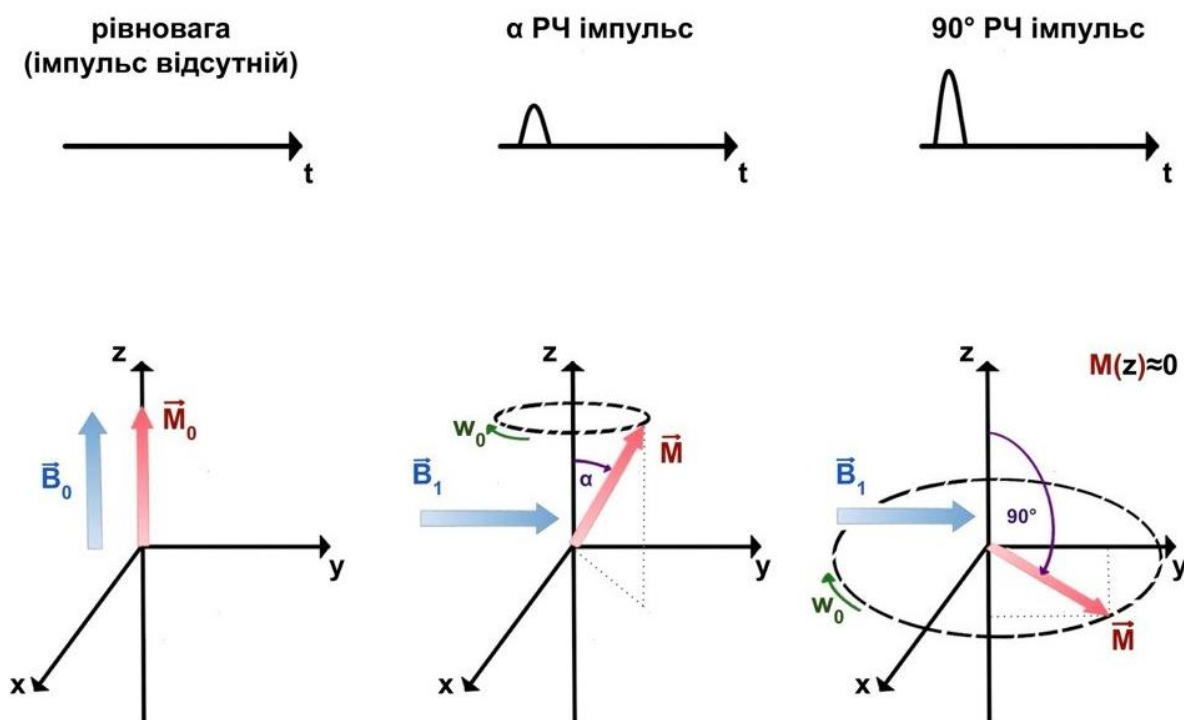


Рис. 1.3. Схематичне зображення стану термодинамічної рівноваги намагніченості M (а), її відхилення під дією радіочастотного поля $\vec{B}_1$ (б) та утворення поперечної компоненти M_{xy} , що прецесує навколо осі Z з частотою Лармора ω_0 (в).

Цей обертовий магнітний вектор перетинає витки приймальної котушки, індукуючи в ній змінну електрорушійну силу згідно із законом електромагнітної індукції Фарадея. Отриманий сигнал, що загасає в часі, називається сигналом спаду вільної індукції (Free Induction Decay, FID).

Саме на етапі реєстрації цього слабкого індукованого сигналу виникає проблема, вирішенню якої, зокрема, присвячена дана дисертаційна робота. МРТ-зображення піддаються значному впливу теплового шуму [4]. Основним джерелом цього стаціонарного білого шуму є тепловий рух електронів у головній котушці (head coil) та передпідсилювачі (preamplifier) системи сканування. Крім того, додаткові непередбачувані шумові компоненти можуть вноситися внаслідок рухів пацієнта під час тривалого процесу сканування [5]. Наявність цих завад може призвести до втрати або спотворення важливих деталей зображення, що ускладнює діагностику захворювань головного мозку, таких як пухлини або вогнища демієлінізації [6].

1.2. Математичне подання МРТ-сигналу: фазори та спектральний аналіз

Для розробки методів придушення описаних вище шумів необхідно перейти від фізичного до математичного опису сигналу. З точки зору спектрального аналізу, реальні фізичні сигнали, зареєстровані МРТ-системою, подаються як сума елементарних гармонічних коливань – синусоїд [7].

Окрема синусоїда повністю визначається трьома параметрами: частотою ω , амплітудою A та фазою φ . Знання цих параметрів дозволяє обчислити значення синусоїди в будь-який момент часу t . Для спрощення математичних операцій синусоїду зручно записувати як дійсну частину комплексної експоненти (1.2):

$$s(t) = \text{Re}\{Ae^{i(\omega t + \varphi)}\} \quad (1.2)$$

Використовуючи формулу Ейлера, комплексний вираз можна розкласти на тригонометричні складові (1.3):

$$A \cos \varphi + iA \sin \varphi = Ae^{i\varphi} \quad (1.3)$$

Тут комплексна амплітуда $Ae^{i\varphi}$ є **фазором** (phasor), модуль якого дорівнює амплітуді A , а аргумент дорівнює фазі φ . Фазор виконує роль оператора, який масштабує синусоїду та зсуває її фазу [7].

У магнітно-резонансній томографії приймальна система (квадратурний детектор) технічно реєструє сигнал у двох каналах, зсунутих на 90 градусів: синфазному (In-phase) та квадратурному (Quadrature). Це дозволяє системі безпосередньо фіксувати сигнал як повноцінне комплексне число в кожен момент часу.

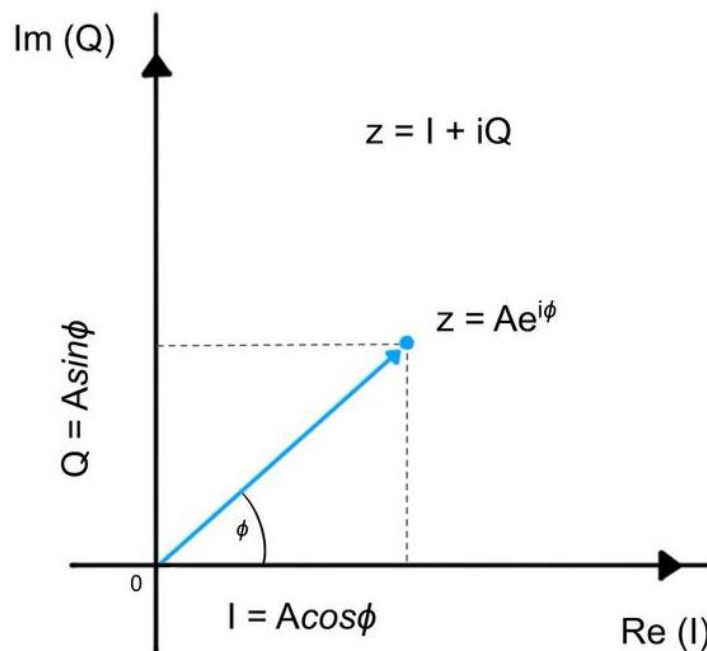


Рис. 1.5. Векторне представлення фазора $Ae^{i\varphi}$ на комплексній площині. Проекція фазора на дійсну вісь Re відповідає синфазній складовій $I = A \cos \varphi$, а проекція на уявну вісь Im – квадратурній складовій $Q = A \sin \varphi$.

Стандартне перетворення Фур'є використовується для переходу від часової області до частотної, дозволяючи визначити, які саме фазори (з якими частотами

та амплітудами) входять до складу виміряного сигналу. У контексті МРТ, завдяки використанню просторово-залежних магнітних градієнтів, частота сигналу ω стає лінійно пов'язаною з координатами у просторі. Таким чином, перехід відбувається з часової області безпосередньо у простір просторових частот, який і формує k -простір [7].

1.3. Концепція k -простору та двовимірне подання МРТ-сигналу

1.3.1. Просторові частоти

На відміну від класичного (часового) перетворення Фур'є, де змінна частоти ω є оберненою до одиниць часу (радіани за секунду або герци), у магнітно-резонансній томографії аналізу піддається просторовий розподіл намагніченості. Завдяки застосуванню лінійних градієнтних магнітних полів, частота прецесії спінів стає лінійною функцією їхнього просторового положення.

Згідно з методологією спектрального аналізу медичних зображень [7], перетворення Фур'є просторової функції формує спектр просторових частот. Одиницею виміру просторової частоти є радіани на метр (або цикли на сантиметр), а сама змінна традиційно позначається символом k . Відповідно, перехід від просторової області до просторово-частотної в МРТ формує k -простір.

Для двовимірного (2D) простору просторові частоти представлені змінними k_x та k_y , що відповідають двом ортогональним осям (частотного та фазового кодування). Як зазначають Gallagher та ін. у своєму дослідженні основ Фур'є-перетворення для МРТ [8], будь-яке складне медичне зображення можна розкласти на суму найпростіших базових елементів – двовимірних просторових хвиль (гармонік). Кожна така хвиля виглядає як набір паралельних світлих і темних смуг (sinusoidal grating).

Комплексну 2D синусоїду можна математично записати у вигляді (1.4):

$$f(x, y) = Ae^{i(k_x x + k_y y + \varphi)} \quad (1.4)$$

де:

A – амплітуда просторової гармоніки (визначає контраст смуг);

k_x, k_y – просторові частоти вздовж осей X та Y відповідно (визначають густину та орієнтацію смуг);

x, y – просторові координати об'єкта;

φ – початковий фазовий зсув.

Один піксель у k -просторі, будучи підданим оберненому перетворенню Фур'є, робить внесок у вигляді однієї такої специфічної просторової частоти (чергування світлих і темних ліній) у все зображення цілком. Залежно від того, де саме знаходиться цей піксель у k -просторі, лінії матимуть різну просторову частоту та орієнтацію [8].

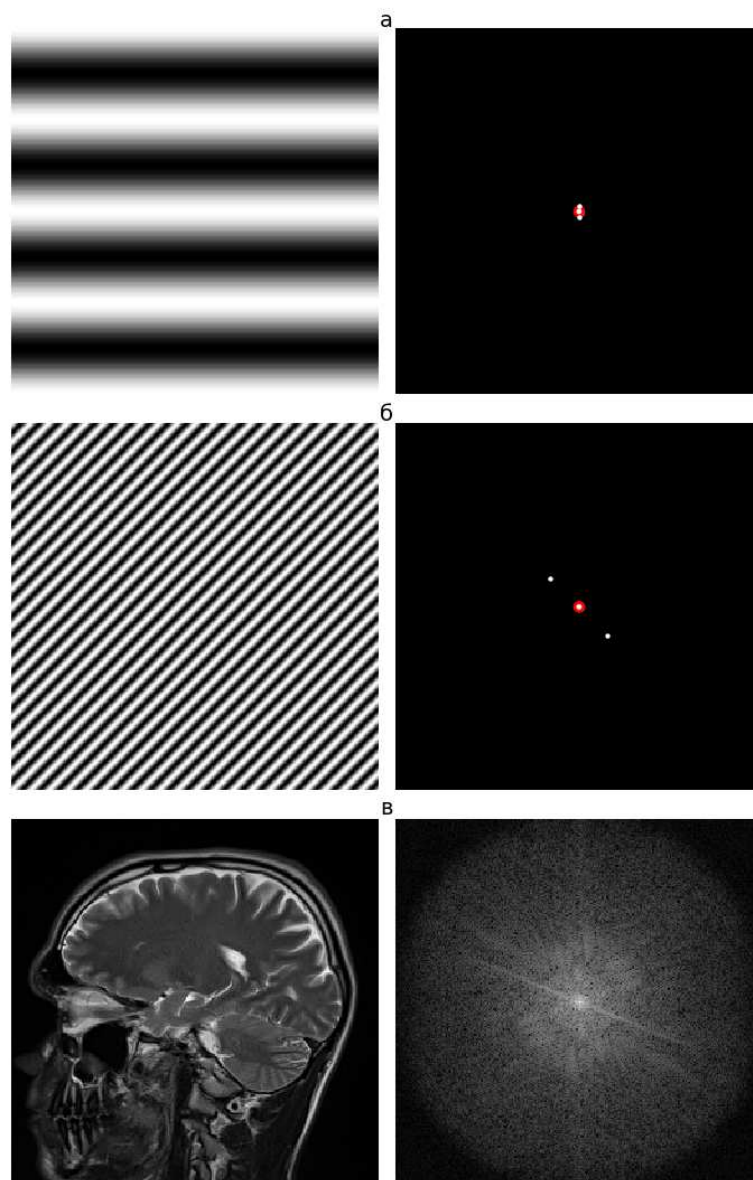


Рис. 1.5. Взаємозв'язок між просторовою структурою зображення та розподілом енергії у k -просторі: (а) низькочастотна просторова гармоніка - енергетичні піки розташовані поблизу центру k -простору; (б) високочастотна гармоніка з діагональною орієнтацією - піки віддалені від центру, що відповідає дрібнішим деталям; (в) реальний МРТ-зріз головного мозку як суперпозиція множини просторових частот. Лівий стовпчик – зображення у просторовій області; правий стовпчик – відповідна амплітуда сигналу в k -просторі.

Анатомічний зріз мозку моделюється як сумарна двовимірна функція простору $f(x, y)$. Як і в одновимірному випадку, двовимірне просторове зображення $f(x, y)$ представляє собою математичну суму нескінченної кількості

масштабованих та зміщених за фазою 2D синусоїд [7, 9]. Зворотнє 2D перетворення Фур'є усього масиву k-простору комбінує всі ці просторові частоти разом, формуючи фінальне зображення з усіма його анатомічними деталями [8] (рис. 1.5 в).

1.3.2. Обернене перетворення Фур'є та специфіка розподілу інформації в k-просторі

Після того, як МРТ-сканер зібрав усі необхідні комплексні фазори, вони розміщуються у матриці k-простору. Математична операція, яка синтезує з цих частотних компонент просторове зображення $\rho(x, y)$ (розподіл спінової густини або інтенсивності), називається двовимірним оберненим перетворенням Фур'є (2D Inverse Fourier Transform).

У неперервному (аналітичному) вигляді це перетворення записується як подвійний інтеграл від спектральної функції $F(k_x, k_y)$ [7]:

$$\rho(x, y) = \iint F(k_x, k_y) e^{i2\pi(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (1.5)$$

Цей вираз (1.5) математично ілюструє концепцію, згадану в попередньому пункті: фінальне зображення $\rho(x, y)$ є нескінченною сумою (інтегралом) комплексних синусоїдальних хвиль $e^{i2\pi(k_x x + k_y y)}$, кожна з яких помножена на ваговий коефіцієнт (фазор) $F(k_x, k_y)$, виміряний у відповідній точці k-простору.

На практиці дані збираються дискретно, тому комп'ютерні системи томографів використовують алгоритм швидкого дискретного перетворення Фур'є (Fast Fourier Transform, FFT).

Роль центру та периферії k-простору

Структура k-простору має строгу ієрархію щодо того, яку інформацію несе кожна його частина. Згідно з принципами МРТ, просторові частоти розподіляються концентрично відносно початку координат ($k_x = 0, k_y = 0$) [8, 10]:

1. **Центральна область (Низькі просторові частоти):** Точки поблизу центру k -простору відповідають низьким просторовим частотам. Фізично вони представляють широкі, плавні зміни інтенсивності (повільні варіації) на зображенні. Ці компоненти містять найбільшу частку загальної енергії сигналу. Саме вони визначають загальний контраст тканин та органів (наприклад, загальні обриси головного мозку), яскравість.

2. **Периферійна область (Високі просторові частоти):** Віддаляючись від центру до країв k -простору, просторова частота k зростає. Ці високочастотні компоненти відповідають за різкі, швидкі зміни інтенсивності на малих відстанях [10]. Фізично вони кодують дрібні деталі, межі між тканинами (наприклад, ділянку між сірою та білою речовиною) та різкі контури патологічних вогнищ.

Найбільша частина інформації зосереджена саме в центрі k -простору (рис. 1.6 в). Відповідно, амплітуди фазорів $F(k_x, k_y)$ експоненціально зменшуються при русі від центру до периферії. Амплітуди високочастотних компонент (на краях k -простору) є дуже малими [8, 9].

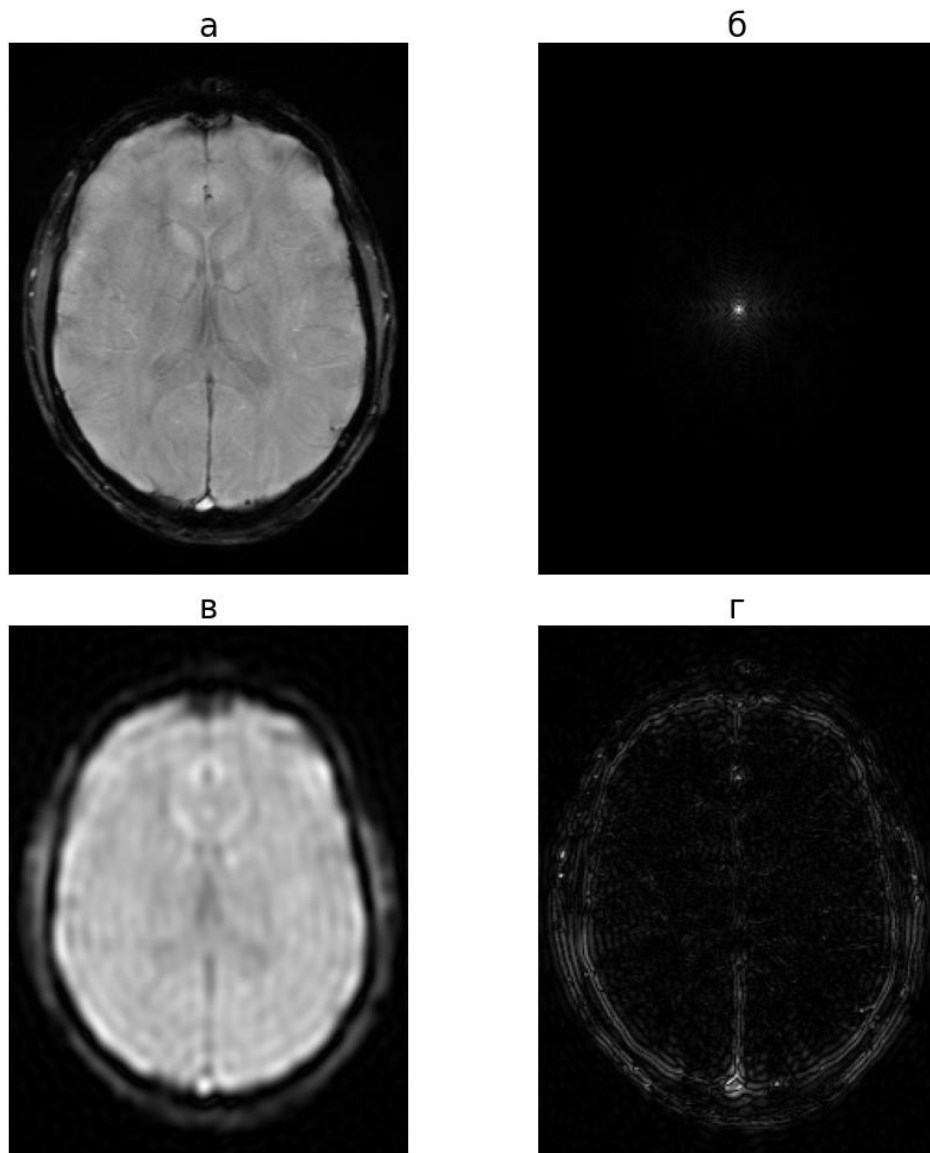


Рис. 1.6. Розподіл інформації в k-просторі (б): реконструкція оригінального зображення (а) лише за центральною, низькочастотною частиною (в) дає загальний контраст без деталей, а реконструкція за периферією, високочастотною частиною, виділяє лише різкі межі та контури тканин (г).

Цей спад енергії корисного сигналу на високих частотах робить їх вразливими до теплового шуму, який розподілений рівномірно (як білий шум) по всій площині k-простору. Тому завдання даної роботи зводиться до розробки методів, що будуть здатні фільтрувати високочастотну периферію k-простору, залишаючи при цьому максимум деталей для клінічної інтерпретації [7].

1.4. Стандарт DICOM та структура медичних даних

У сучасній медичній фізиці стандартом для зберігання та передачі томографічних даних є протокол DICOM (Digital Imaging and Communications in Medicine). З точки зору цифрової обробки сигналів, файл DICOM розглядається не як статичне зображення, а як багатовимірний масив даних, що супроводжується заголовком (Header) із метаданими [11]. Стандартизація формату дозволяє застосовувати уніфіковані алгоритми реконструкції незалежно від виробника обладнання.

DICOM-дані поєднують піксельну матрицю з метаданими, що описують спосіб отримання, зберігання та інтерпретації зображення. В медицині для задач цифрової обробки DICOM-дані несуть інформацію про фізичний масштаб, орієнтацію зрізу, параметри кодування інтенсивності та тип зображення. Тобто DICOM формат може розглядатися як повноцінна модель представлення зображення разом із пов'язаною з ним інформацією, необхідною для архівування та подальшої кількісної обробки медичних даних [12–15].

Для коректної математичної інтерпретації сигналів у роботі враховано ключові атрибути (рис. 1.7) згідно зі специфікацією NEMA PS3.3 [11]:

1. **Photometric Interpretation:** Визначає простір представлення даних. Зазвичай використовується значення MONOCHROME1 та MONOCHROME2, що відповідають відображенню інтенсивності сигналу у градаціях сірого. В цій роботі використовується MONOCHROME2 (градація від чорного до білого). Це важливий етап для коректного нормування даних у діапазон $[0, 1]$ перед спектральним аналізом [16].

2. **Bits Stored:** Визначає розрядність квантування сигналу. На відміну від стандартних форматів (JPEG, PNG), які обмежені 8 бітами, МРТ-дані зазвичай мають глибину 12 або 16 біт [11]. Це забезпечує динамічний діапазон до 65536 рівнів сірого, що дозволяє фіксувати тонкі відмінності в контрасті м'яких тканин, які є непомітними для людського ока, але важливими для комп'ютерного аналізу.

3. **Pixel Spacing:** Параметр необхідний для переходу від індексів дискретної матриці після FFT до фізичних просторових частот у площині зображення. Означає розмір одного пікселя на зображенні [17].

Окрім зазначених атрибутів, важливими є параметри, що репрезентують розмірність зображення, числове подання піксельних значень і просторові метадані. Розмір матриці визначає кількість дискретних відліків; параметри піксельного подання визначають глибину квантування, діапазон можливих значень та спосіб інтерпретації числових даних. Просторові метадані визначають положення та орієнтацію зрізу в системі координат пацієнта, а також фізичний розмір пікселя в площині зображення. Під час конвертації DICOM-файлів у числові масиви ці дані потрібні для узгодження даних, зокрема при використанні амплітудних і фазових зображень одного й того самого зрізу [18, 19].

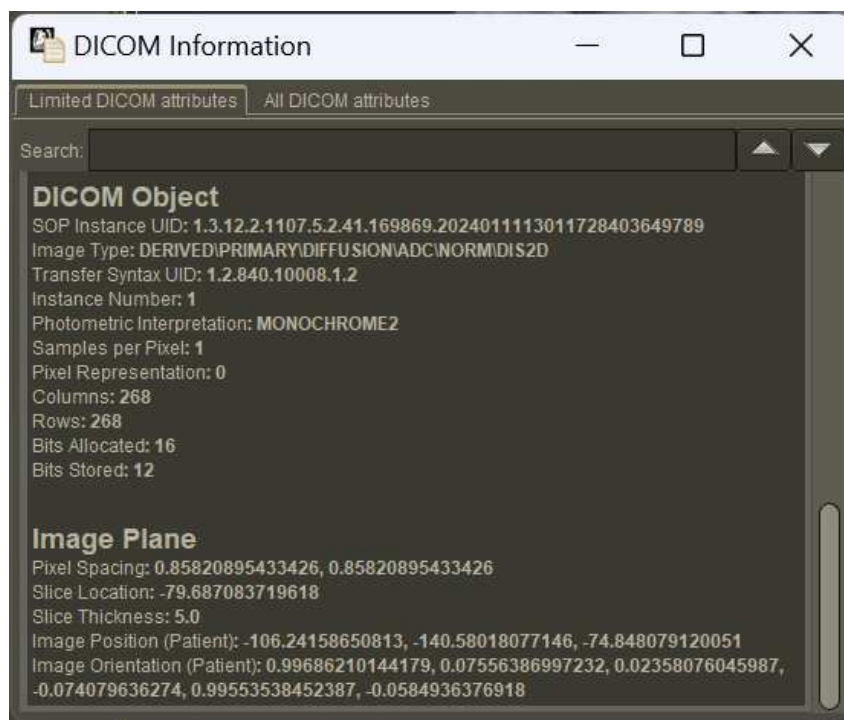


Рис. 1.7. Атрибути DICOM файлу, що використовувалися в роботі.

При підготовці медичних даних до дослідження важливим є розмежування персональних даних пацієнта та технічних DICOM-метаданих. Персональні дані мають бути вилучені з міркувань конфіденційності [20, 21]. В дисертаційній роботі використовувалися два набори DICOM-даних. Перший набір був отриманий за участю здобувача дисертації та використовувався ним у розділах 2

і 4; другий набір було взято з публічної бібліотеки Kaggle, де персональні дані пацієнта вже були вилучені.

1.5. Характеристика імпульсних послідовностей та типів контрастування

На рисунку 1.8 зображений набір серій одного МРТ-дослідження головного мозку в DICOM Explorer, а саме, кілька різних МР-послідовностей, кожна з яких підкреслює інші властивості тканин. Контраст на МРТ-зображеннях є параметричним і залежить від часів релаксації T_1 та T_2 , протонної густини ρ та магнітної сприйнятливості χ [2].

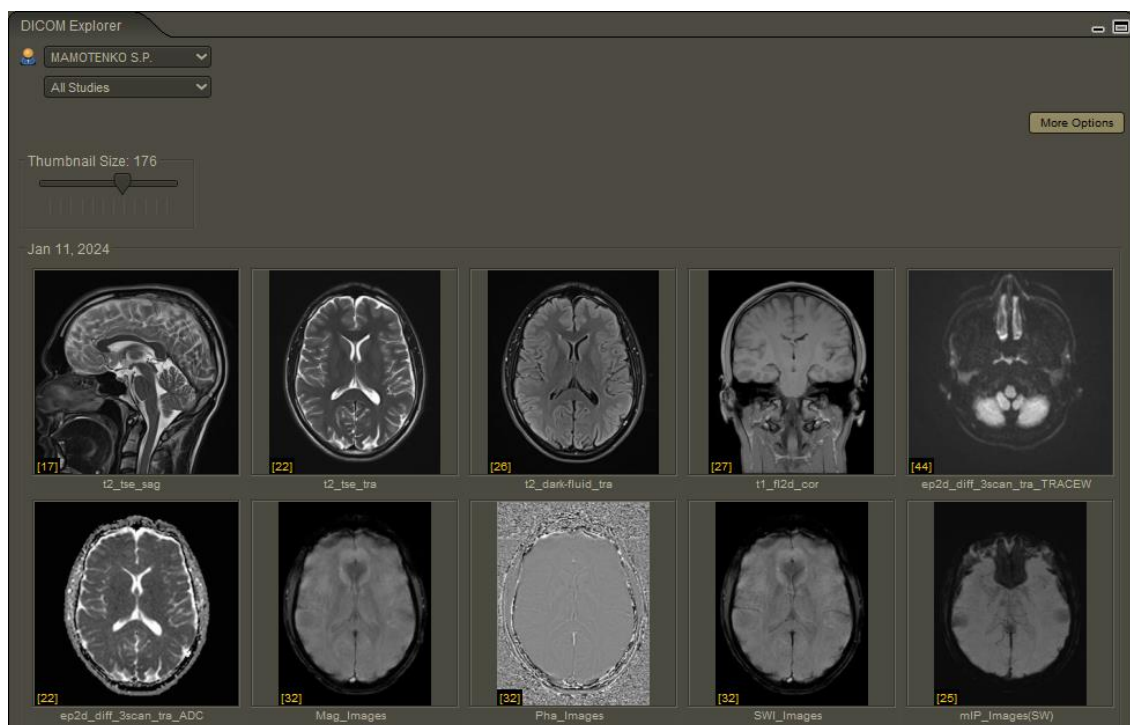


Рис. 1.8. Оглядове вікно набору даних DICOM, що включає структурні (TSE), дифузійні (DWI) та зважені за сприйнятливістю (SWI) послідовності і використовувалося в дисертаційній роботі.

T1-зважене зображення у корональній площині

Явище, коли під дією 90° РЧ-імпульсу **поздовжня** намагніченість стає нульовою (переходить в поперечну) і далі починає зростати знову у поздовжньому напрямі (рис. 1.3) називають T1-релаксацією. Параметр T1 описує швидкість відновлення поздовжньої намагніченості і створює контраст на зображенні. Біла речовина має малий T1, тому швидко відновлюється, а спинномозкова рідина має великий T1. Сіра речовина займає проміжне

положення. Іншими словами, на T1-зважених зображеннях біла речовина є світлішою за сіру, тоді як спинномозкова рідина має низький сигнал і виглядає темною [24].

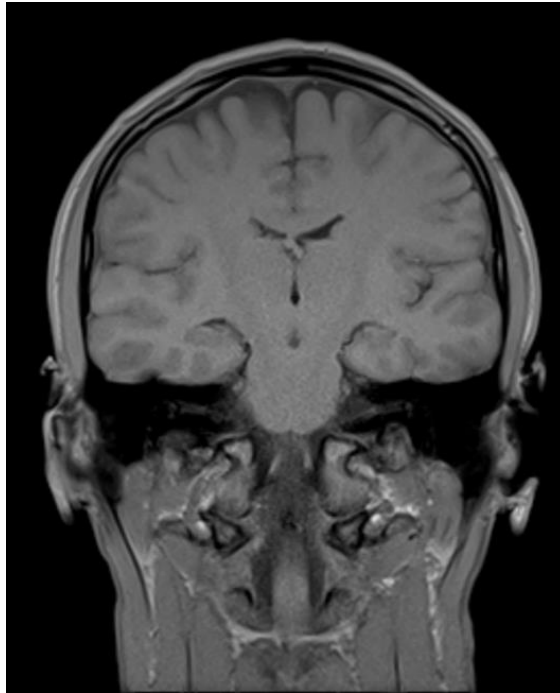


Рис. 1.9. T1-зважене зображення у корональній площині.

T2-зважені зображення (Turbo Spin Echo)

Параметр T2 описує темп розфазування протонів, наприклад, внаслідок неоднорідності магнітного поля (B_0). Протони прецесують із різними ларморовими частотами і після 90° РЧ-імпульсу починають розфазовуватись, або зазнавати $T2^*$ релаксацію. Якщо розфазування спричинене виключно спін-спіновою взаємодією говорять про T2 релаксацію. Після РЧ-імпульсу виникає поперечна намагніченість, що створює змінне магнітне поле, яке вловлює приймальна котушка і індукує електричний струм. Цей струм в свою чергу оцифровується і зберігається в комп'ютері МРТ. Коли поперечна намагніченість повністю синфазна, сигнал досягає максимуму і зменшується з розфазуванням. Різні тканини мають різні значення T2 і розфазування. Спинномозкова речовина відповідає світлішим пікселям, біла – темнішим, а сіра займає проміжні рівні яскравості.

Як T2- так і T1-релаксація відбуваються одночасно. Після 90° РЧ-імпульсу поздовжня намагніченість (T1) відновлюється паралельно до основного магнітного поля, а поперечна намагніченість розфазується. Зображення на рисунку 1.9 є T2-зваженими за технологією (Turbo Spin Echo – TSE), яка була запропонована J. Hennig у 1986 році під назвою RARE [22]. TSE є імпульсною послідовністю, де використовується серія кількох 180° -імпульсів, щоб сформувати кілька ехосигналів для прискорення сканування [23].

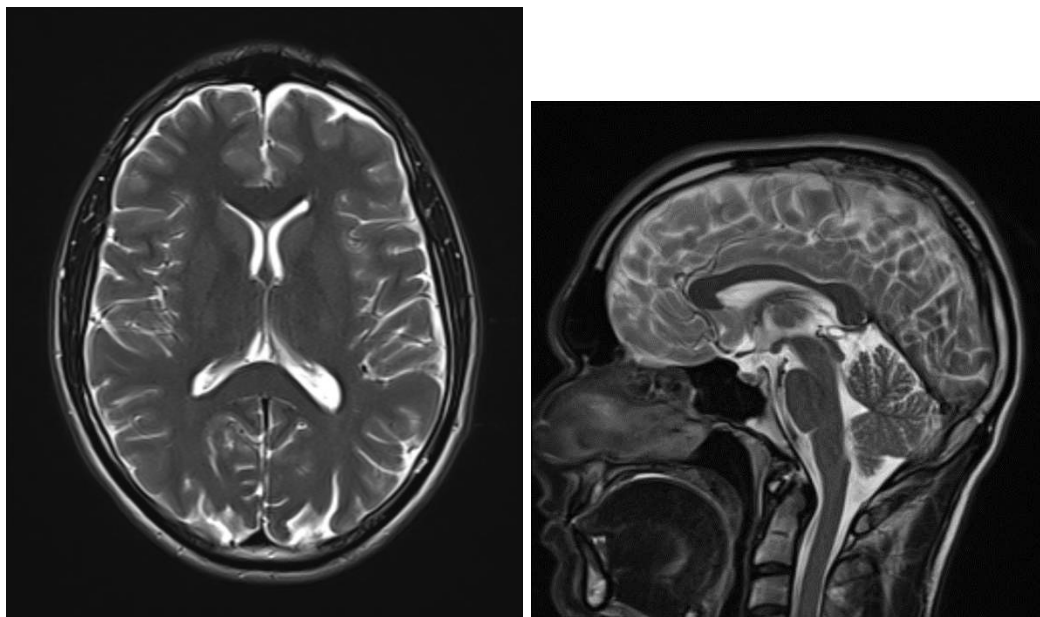


Рис. 1.10. T2-зважене зображення у аксіальній площині (ліворуч), T2-зважене зображення у сагітальній площині (праворуч).

Дифузійно-зважені зображення (DWI)

Метод DWI (Diffusion-Weighted Imaging) був заснований на роботах Le Bihan [25] і являє собою МР-послідовність, у якій контраст формується залежно від того, наскільки вільно молекули води рухаються по тканині, тобто дає інформацію про дифузію води всередині вокселів. DWI чутливий до випадкового броунівського руху молекул води. У біологічній тканині цей рух не є повністю вільним: він залежить від мікроструктури тканини, щільності клітин, міжклітинного простору та мембран. Якщо рух води обмежений, така ділянка на DWI часто виглядає яскравішою. Для коректної інтерпретації DWI зазвичай аналізують разом із ADC-картами (рис. 1.10), які допомагають відрізнити справжнє обмеження дифузії від T2 shine-through ефекту [26].

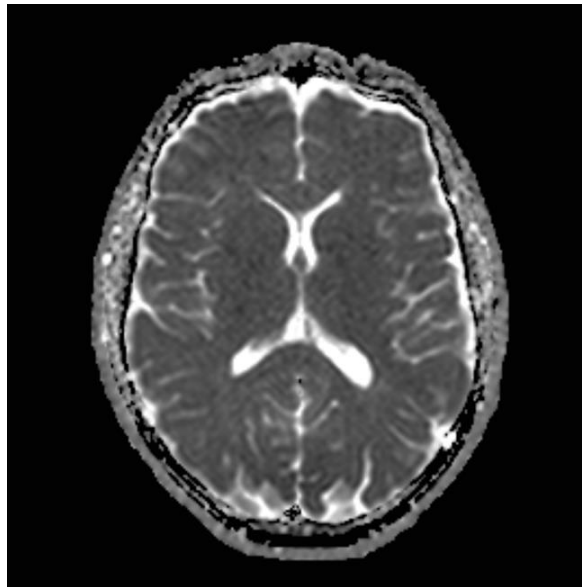


Рис. 1.11. ADC карта коефіцієнта дифузії, яку інтерпретують разом із DWI.

Зображення, зважені за магнітною сприйнятливістю (SWI)

Згідно з Нааске et al. [27], SWI використовує різницю в магнітній сприйнятливості між тканинами (наприклад, дезоксигемоглобіном вен та оточуючою паренхімою) для створення додаткового контрасту. Особливість SWI полягає в тому, що фінальне зображення є результатом математичної комбінації амплітудного та фазового зображення. На рисунку 1.12 зображені дві послідовності - SWI та SW. SWI (susceptibility-weighted imaging) послідовність добре підкреслює венозні структури, продукти крові, гемосидерин, кальцифікації або інші ефекти магнітної сприйнятливості. SW – мінімальна інтенсивнісна проекція для SWI. Такі зображення часто роблять, щоб дрібні вени та структури зі зниженим сигналом були видніші на кількох сусідніх зрізах.

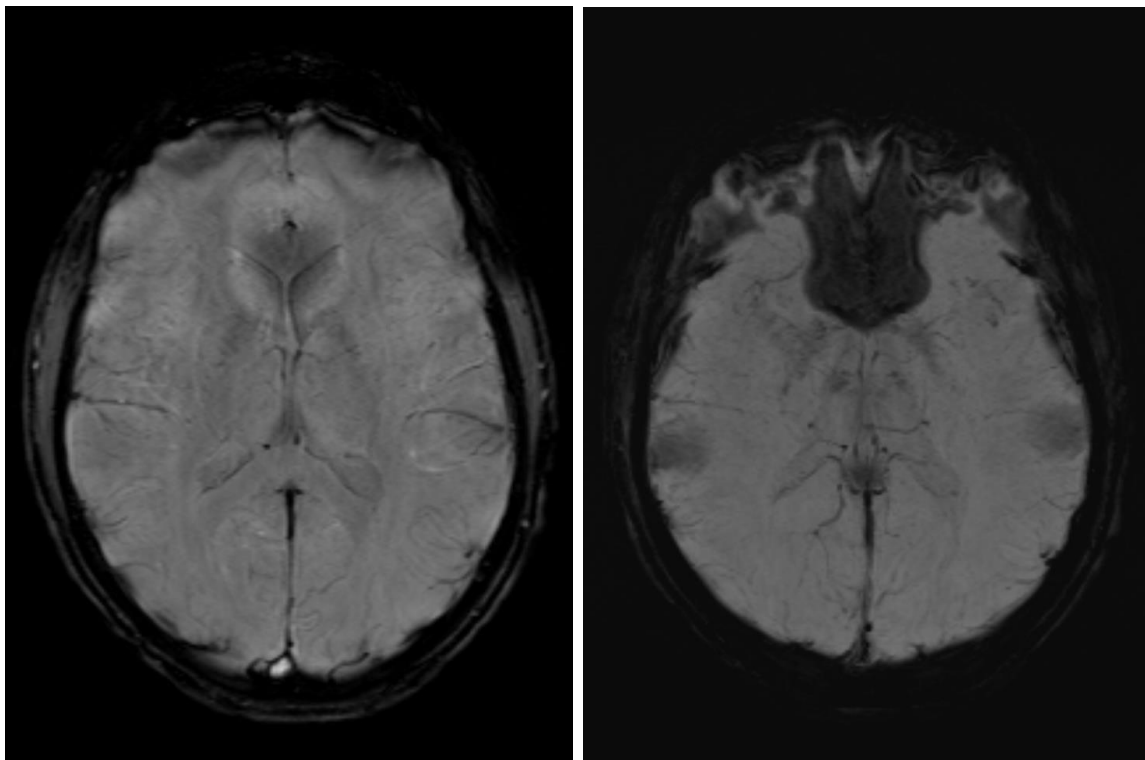


Рис. 1.12. Ліворуч зображення SWI, праворуч - SW.

Структура комплексних даних: амплітуда та фаза

В роботі Е.М. Нааске та ін. [27] описано, що МРТ-сигнал має комплексну природу, тому для реконструкції використовуються два типи зображень: амплітудне (Magnitude Image) та фазове (Phase Image). **Амплітудне зображення** формується з модуля комплексного сигналу і показує анатомічне зображення з контрастом, подібним до спінової густини, тобто фактично є стандартним зображенням, яке зазвичай використовують у клінічній практиці. **Фазове зображення** формується з фази того самого комплексного сигналу і містить інформацію про фазові зсуви, що виникають унаслідок локальних варіацій магнітного поля, неоднорідностей середовища та відмінностей магнітної сприйнятливості тканин.

Амплітудне і фазове зображення мають значення не лише для побудови SWI, а й для відновлення повного комплексного МР-сигналу. Детальніше ця ідея буде розкрита в Розділі 4 дисертаційної роботи. Відновлення комплексного сигналу дозволяє повернутися до фізичного представлення даних, де шум є

адитивним і гауссівським, що є необхідною умовою для ефективного застосування методів лінійної фільтрації та багатовіконного спектрального аналізу [30]

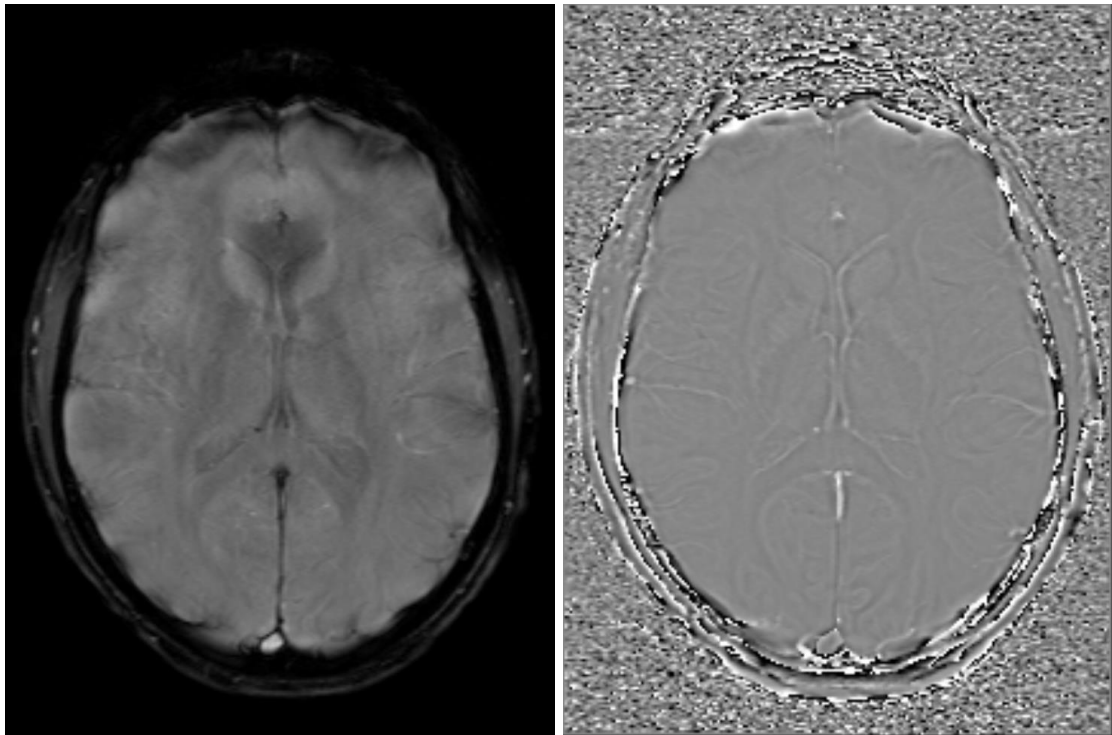


Рис. 1.13. Ліворуч амплітудне зображення; праворуч фазове зображення.

1.6. Природа шуму в МРТ та його статистичні моделі

Проблема зменшення шуму в магнітно-резонансній томографії є одним із найбільш актуальних завдань обробки медичних зображень. Наявність шуму зменшує точність кількісних методів оцінки, таких як дифузійно-тензорна візуалізація (DTI) чи функціональна МРТ [31]. Для розробки ефективних алгоритмів фільтрації важливо розуміти фізичне джерело шуму та його математичну статистику на різних етапах формування зображення.

1.6.1. Теплове походження шуму та його розподіл k-просторі

На відміну від КТ і ПЕТ, де шум значною мірою визначається квантовими флуктуаціями, пов'язаними з дискретною природою реєстрованих фотонів, у МРТ основним джерелом шуму зазвичай є тепловий (Johnson–Nyquist) шум. Він виникає внаслідок теплового руху носіїв заряду в елементах приймальної РЧ-

катушки та в провідних тканинах пацієнта, які роблять внесок у так званий sample noise [32].

Оскільки електромагнітний сигнал реєструється за допомогою квадратурних детекторів, "сирі" дані у k -просторі формуються як масив комплексних чисел. Тепловий шум додається до корисного сигналу на апаратному рівні, тому він є адитивним. Оскільки шум є результатом суперпозиції великої кількості мікроскопічних теплових флуктуацій, його розподіл є строго нормальним (гауссівським) [29].

Нехай S_R та S_I — дійсна та уявна частини істинного комплексного МРТ-сигналу в k -просторі відповідно. Тоді вимірний зашумлений сигнал Y описується як:

$$Y = (S_R + n_R) + i(S_I + n_I) \quad (1.6)$$

де n_R та n_I — шумові компоненти у дійсному та уявному каналах. Дослідження Gudbjartsson та Patz [29] показують, що n_R та n_I є статистично незалежними випадковими величинами, які підпорядковуються Гауссівському розподілу з нульовим математичним сподіванням та однаковою дисперсією σ^2 :

$$n_R, n_I \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

Цей шум характеризується як "білий", оскільки його спектральна густина потужності є рівномірною на всіх просторових частотах k -простору. Ця властивість робить можливим застосування лінійних спектральних методів фільтрації.

1.6.2. Розподіл Райса на амплітудних зображеннях

Хоча сирі дані є комплексними, для клінічної діагностики використовують амплітудні (magnitude) зображення, які формуються шляхом обчислення модуля комплексного сигналу для кожного пікселя:

$$M = |Y| = \sqrt{(S_R + n_R)^2 + (S_I + n_I)^2} \quad (1.7)$$

Ця нелінійна математична операція (1.7) змінює статистику шуму. Як було математично показано в роботах [29, 30], піксельні значення на амплітудному

зображенні підкоряються розподілу Райса (Rician distribution) і розподіл перестає бути гауссівським. Функція густини ймовірності розподілу Райса має вигляд:

$$p(M|A, \sigma) = \frac{M}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{M^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{AM}{\sigma^2}\right) u(M) \quad (1.8)$$

де:

M – вимірне значення амплітуди пікселя на амплітудному зображенні;

$A = \sqrt{S_R^2 + S_I^2}$ - істинна амплітуда або модуль безшумного комплексного сигналу;

σ – стандартне відхилення гауссівського шуму в дійсному та уявному каналах;

$I_0(\cdot)$ – модифікована функція Бесселя першого роду нульового порядку;

$u(M)$ – функція Гевісайда, яка враховує, що амплітуда не може набувати від’ємних значень.

Таким чином, шум на амплітудних МРТ-зображеннях має зміщений і негауссівський характер, особливо в області низького відношення сигнал/шум. За малих значень A/σ розподіл Райса суттєво відрізняється від гауссівського, що призводить до позитивного зміщення амплітуди навіть у ділянках зі слабким сигналом. У граничному випадку, коли істинний сигнал відсутній ($A = 0$), розподіл Райса переходить у розподіл Релея. Із зростанням SNR райсовий розподіл поступово наближається до гауссівського, і вплив цього зміщення зменшується.

1.6.3. Райсове зміщення та його вплив

Аналіз райсового розподілу виявляє дві граничні умови, які суттєво впливають на обробку зображень [29, 30]:

1. **Області фону (Відсутність сигналу, $A = 0$):** У пікселях, де корисний МР-сигнал відсутній, тобто $A = 0$, розподіл Райса переходить у розподіл Релея (Rayleigh distribution):

$$p(M|0, \sigma) = \frac{M}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{M^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.9)$$

Математичне сподівання такого розподілу дорівнює $E[M] = \sigma\sqrt{\pi/2} \approx 1.25\sigma$. Це означає, що навіть за повної відсутності істинного сигналу середнє значення амплітуди на амплітудному зображенні є додатним. Саме тому фон на МРТ-зображенні не є ідеально чорним, а має ненульову середню яскравість.

2. Області з низьким SNR ($A / \sigma \leq 3$): За низького відношення сигнал/шум, особливо коли сигнал близький до рівня шуму, середнє виміряне значення амплітуди перевищує істинну амплітуду сигналу: $E[M] > A$. Унаслідок цього слабкі сигнали на амплітудному зображенні переоцінюються (виникає завищення інтенсивності структур зі слабким сигналом).

3. Області з високим SNR ($A / \sigma \gg 3$): Із підвищенням відношення сигнал/шум вплив райсового зміщення поступово зменшується. У цьому випадку розподіл Райса наближається до гауссівського розподілу з центром поблизу істинної амплітуди A , тому різниця між виміряним і справжнім значенням сигналу стає малою. Тому у яскравих ділянках зображення або за достатньо високого SNR райсовий bias практично не відіграє суттєвої ролі [29].

Виникнення райсового зміщення має важливі наслідки для обробки МРТ-зображень. Зокрема, методи фільтрації, розроблені для адитивного гауссівського шуму, не завжди коректно описують статистику амплітудних даних і тому можуть не усувати це зміщення, особливо в областях низького SNR. Саме з цієї причини в Розділі 4 для зменшення шуму в МРТ-зображеннях перевага надається підходам, які працюють безпосередньо з комплексними даними до операції взяття модуля [33].

1.7. Аналіз існуючих методів фільтрації МРТ-зображень

Задача зменшення шуму на МРТ-зображеннях без втрати клінічно значущих деталей залишається однією з ключових проблем цифрової обробки медичних зображень. Її складність зумовлена тим, що алгоритм повинен

одночасно пригнічувати випадкові флуктуації сигналу, зберігати контури між тканинами, дрібні анатомічні структури, а також враховувати специфічну статистику шуму в МРТ. Для амплітудних зображень така статистика відрізняється від адитивної гауссівської, оскільки за низького SNR шум підпорядковується райсовій моделі, що призводить до систематичного зміщення інтенсивності.

Існуючі методи знешумлення МРТ можна умовно поділити на три великі групи: класичні просторові фільтри, patch-based і transform-based методи, а також алгоритми глибокого навчання.

1.7.1. Класичні лінійні та адаптивні просторові фільтри

Історично першими для зменшення шуму застосовувалися лінійні фільтри низьких частот, зокрема фільтр Гаусса. Його перевагою є простота реалізації та низька обчислювальна складність, однак недоліком є пригнічення високочастотних компонентів корисного сигналу. У контексті МРТ це проявляється як розмиття контурів тканин або втрата дрібних структур [34]. Більш досконалим підходом є адаптивна фільтрація Вінера (Wiener filter). Як показано в роботі [35], даний фільтр враховує локальні статистичні характеристики сигналу та шуму, завдяки чому забезпечує кращий компроміс між зменшенням шуму і збереженням деталей. Розвитком цього фільтру став адаптивний гауссівський фільтр Вінера (AGWF), запропонований в роботі [36], який комбінує властивості обох фільтрів для досягнення балансу між зменшенням гауссівського шуму та збереженням деталей.

1.7.2. Фільтри на основі самоподібності (NLM та BM3D)

Важливим кроком у розвитку алгоритмів знешумлення стали методи, що використовують просторову надлишковість і самоподібність зображення.

Алгоритм нелокальних середніх (Non-Local Means, NLM). Його основна ідея в тому, що нове значення пікселя обчислюється не лише на основі найближчого околу, а як зважене усереднення пікселів, чії локальні патчі є структурно подібними до патча навколо цільового пікселя. Таким чином NLM

краще зберігає межі та текстури що повторюються, ніж звичайні локальні фільтри. Для МРТ були розроблені модифікації NLM, спеціально адаптовані до райсової статистики шуму; зокрема такі підходи успішно застосовувалися до дифузійно-зважених даних і тензорної МРТ [37].

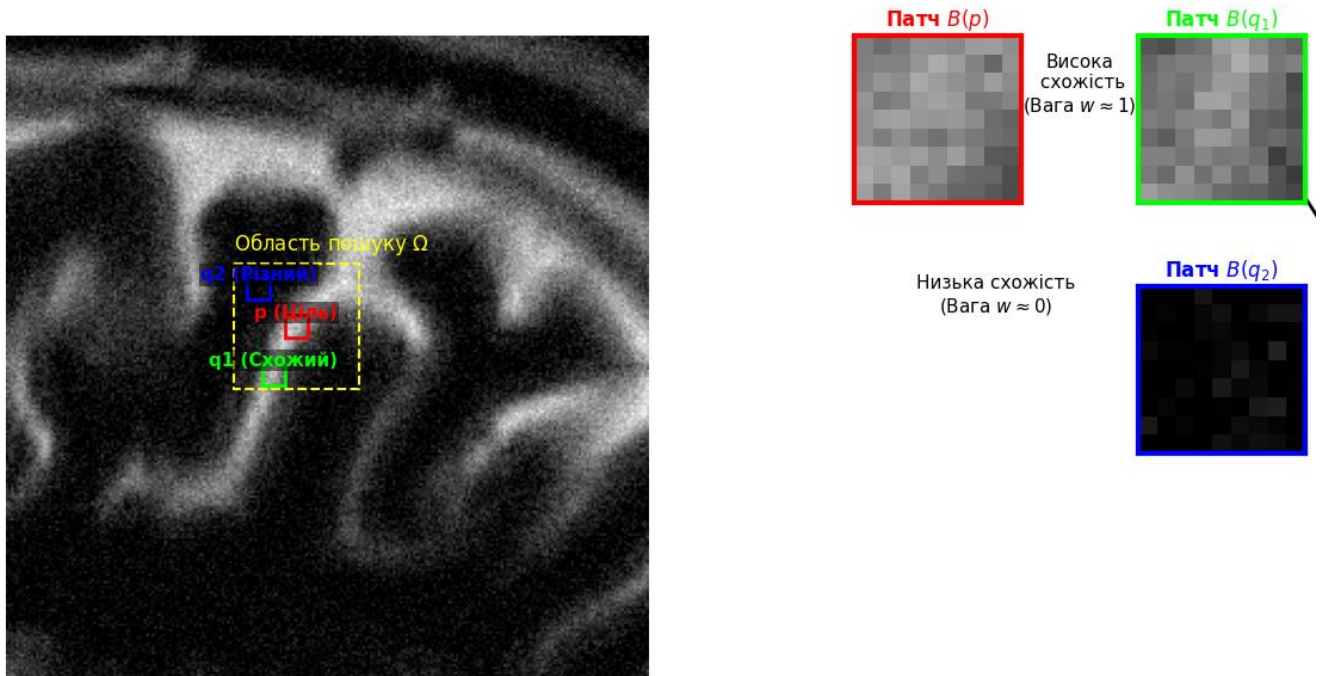


Рис. 1.14. Принцип роботи фільтра нелокальних середніх (NLM).

Алгоритм шукає в області пошуку Ω (жовта рамка) такі пікселі q , окіл яких $B(q)$ схожий на окіл цільового пікселя $B(p)$. Патч $B(q_1)$ (зелений) структурно схожий на цільовий (червоний), тому піксель q_1 отримує велику вагу w при усередненні. Патч $B(q_2)$ (блакитний) має іншу структуру (фон), тому його вага близька до нуля. Таким чином, усереднюються лише пікселі, що належать до тієї ж анатомічної структури, незалежно від їх геометричної відстані.

Block-Matching and 3D filtering (BM3D). Розвитком ідеї патчів став алгоритм BM3D, який групує подібні двовимірні фрагменти у тривимірні масиви з подальшою спільною фільтрацією (collaborative filtering) у трансформованій області [38]. BM3D вважається одним із класичних алгоритмів для випадку стаціонарного адитивного гауссівського шуму. В МРТ подібні collaborative filtering підходи також показали високу ефективність, проте для амплітудних

даних вони зазвичай потребують адаптації до райсової або близької до неї шумової моделі.

1.7.3. Алгоритми глибокого навчання (Deep Learning)

На даний момент одним із провідних напрямів знешумлення медичних зображень є методи глибокого навчання. Їхня перевага полягає в тому, що вони здатні навчатися складним нелінійним залежностям безпосередньо з даних. Це робить Deep Learning підходи особливо привабливими для МРТ, де шумова модель, артефакти та контрастні характеристики можуть істотно змінюватися залежно від послідовності, параметрів сканування та типу реконструкції [39].

Зокрема, популярними архітектурами є U-Net [40] та DnCNN (Denoising Convolutional Neural Network). DnCNN використовує концепцію residual learning: мережа навчається оцінювати не саме чисте зображення, а шумову компоненту, що полегшує оптимізацію і забезпечує високі результати для задач зменшення шуму [41].

Окремий клас неймереж становлять **автокодувальники (Autoencoders, CAE)**. Такі моделі навчаються формувати компактне латентне представлення вхідного зображення, у якому шум може пригнічуватись, а суттєві структурні ознаки зберігатися [42]. Rao та Reddy успішно застосували модифіковані архітектури автокодувальників для зменшення райсівського шуму в МРТ за високого рівня шуму [43].

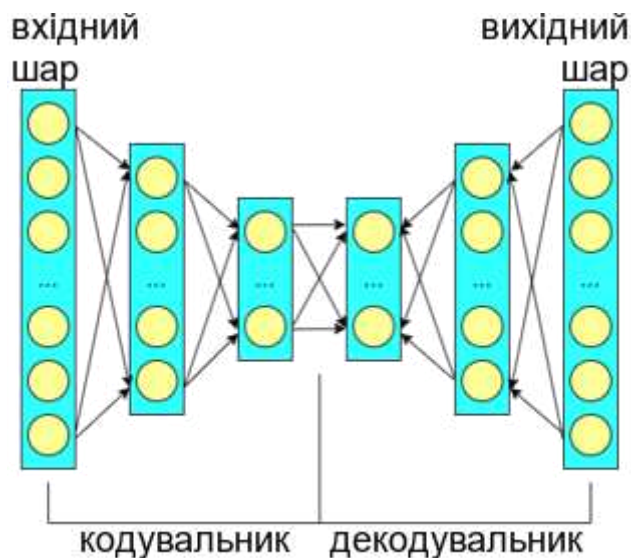


Рис. 1.15. Структура автокодувальника.

Проблема дефіциту даних. Одним із головних обмежень методів глибокого навчання в медицині є залежність від обсягу, репрезентативності та якості навчальних даних. У медичній практиці формування великих датасетів часто ускладнюється вимогами конфіденційності, вартістю експертної анотації та відносною рідкістю окремих патологій. У роботі Gondara [44] було показано, що згорткові автокодувальники можуть демонструвати прийнятні результати навіть за малих навчальних вибірок, однак це не усуває загальної проблеми обмеженої узагальнювальної здатності deep learning-моделей на малих наборах даних. Хоча існують спроби об'єднати нейромережі з вейвлет-фільтрацією для компенсації нестачі даних [46], вони потребують додаткового налаштування гіперпараметрів.

1.7.4. Спектральні методи та фільтрація в k -просторі

Більшість класичних алгоритмів знешумлення в МРТ працюють у просторі реконструйованих амплітудних зображень, тобто після нелінійної операції взяття модуля, яка змінює статистику шуму. Натомість обробка комплексних даних до цього перетворення, зокрема в k -просторі, є перспективною, оскільки дозволяє працювати з адитивним комплексним гауссівським шумом.

Одним із базових інструментів спектрального аналізу є періодограма – оцінка спектральної щільності потужності на основі дискретного перетворення Фур'є. Оскільки періодограма є непараметричним методом, вона не потребує апіорних знань про частотні характеристики зображення або шуму. Однак її застосування обмежується високою дисперсією оцінки та спектральним витоком [47].

Нещодавні дослідження Prerau та ін. [48] показали, що замість використання одного вікна для згладжування, можна застосувати **багатовіконний аналіз (Multitaper analysis)**. Усереднюючи спектри, отримані за допомогою кількох ортогональних вікон DPSS (Discrete Prolate Spheroidal Sequences), досягається значно краще зменшення шуму. Роботи Mitra та Pesaran [49] також демонструють застосування багатовіконного аналізу в обробці МРТ-сигналів, проте вони зосереджені переважно на аналізі часових рядів (функціональна МРТ) для усунення артефактів. Однак його використання саме для знешумлення структурних МРТ-зображень у k-просторі залишається менш опрацьованим і потребує подальшого дослідження.

1.7.5. Особливості кількісного оцінювання якості МРТ-зображень

Для оцінки підходів обробки та відновлення магнітно-резонансних зображень необхідно враховувати специфіку даного методу візуалізації. Мова йде, зокрема, про наявність в МРТ-зрізах значної фонові області з нульовою або близькою до нуля інтенсивністю. Якщо метрики якості обчислюються для всієї прямокутної матриці, велика кількість фонових пікселів може впливати на підсумкове значення метрики. В такому випадку результат може недостатньо відображати якість реконструкції в анатомічній області.

Для зменшення цього впливу можливе застосування області інтересу (ROI, Region of Interest) або маски тканинної області. В межах даної області оцінювання виконується лише для пікселів, що належать до об'єкту дослідження. Для PSNR це означає, що середньоквадратична похибка обчислюється не для всього зображення, а для області, де присутній корисний

сигнал. Таким чином зменшується вплив фону та досягається точніша оцінка похибки реконструкції в межах анатомічної частини зображення.

Для структурних метрик вибір області оцінювання також має значення. SSIM, FSIM значною мірою реагують на шум, згладжування та зміну контрасту [50–53]. Якщо значна частина оцінювання припадає на фон, підсумкове значення метрики може не відображати істинний результат реконструкції та збереження структури в межах тканинної області.

В дисертаційній роботі використання області інтересу в розділі 4 пов'язане насамперед із необхідністю зменшити вплив чорного фону на кількісні результати оцінювання. Водночас застосування ROI або масок у медичних зображеннях не є універсальним підходом і не може замінювати візуальний аналіз. Повнореференсні метрики можуть давати близькі числові значення для зображень із різним характером спотворень. В медичній візуалізації це є суттєвим обмеженням, оскільки діагностично важливі деталі можуть займати лише невелику частину зображення. Тому кількісні метрики слід розглядати як інструмент порівняння, а не як єдиний критерій якості реконструкції [54–56].

РОЗДІЛ 2 НЕПАРАМЕТРИЧНІ МЕТОДИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ НА ОСНОВІ ПЕРІОДОГРАМ

2.1 Періодограмне оцінювання спектральної щільності потужності

Теоретичною основою непараметричного спектрального аналізу є оцінювання спектральної щільності потужності двовимірного сигналу або випадкового поля. У подальшому, МРТ-зображення $\rho(m, n)$ розглядається як реалізація двовимірного випадкового поля, а його спектральне представлення використовується для аналізу розподілу енергії за просторовими частотами. При цьому слід розрізняти спектральний аналіз реконструйованого зображення та власне k -простір МРТ, який є простором просторових частот сирих МР-даних і пов'язаний із зображенням перетворенням Фур'є [85]. Отже, у межах цього розділу розглядається саме спектральне оцінювання для двовимірного зображення $\rho(m, n)$, а не первинних даних томографа в k -просторі.

Основна проблема спектрального оцінювання полягає у виборі методу, який забезпечує компроміс між частотною роздільною здатністю та дисперсією оцінки [47]. Непараметричні методи, зокрема періодограма, є зручними для аналізу медичних зображень, оскільки не потребують явного задання параметричної моделі сигналу або шуму [57].

Нехай $\rho(m, n)$ є реалізацією двовимірного стаціонарного випадкового поля другого порядку. Тоді спектральна щільність потужності $PSD(u, v)$ визначається як двовимірне дискретне перетворення Фур'є від автокореляційної функції $r(k, l)$ [57]:

$$PSD(u, v) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} r(k, l) e^{-i2\pi\left(\frac{uk}{M} + \frac{vl}{N}\right)} \quad (2.1)$$

де k і l - зсуви автокореляційної функції по двох координатах, а u та v - дискретні просторово-частотні індекси. Якщо необхідно перейти до фізичних просторових частот, це виконується окремо через параметри просторової дискретизації зображення, зокрема Pixel Spacing [85].

На практиці істинна автокореляційна функція невідома, а відома лише скінченна реалізація зображення розмірністю $M \times N$. В такому випадку застосовують непараметричні оцінки спектральної щільності потужності, однією з базових форм яких є класична періодограма Шустера [58]. Для двовимірного випадку вона визначається як квадрат модуля двовимірного дискретного перетворення Фур'є, нормований на розмір вибірки:

$$P(u, v) = \frac{1}{MN} \left| \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \rho(m, n) e^{-i2\pi\left(\frac{um}{M} + \frac{vn}{N}\right)} \right|^2 \quad (2.2)$$

Таким чином, періодограма є прямою оцінкою розподілу енергії зображення за просторовими частотами. Вона добре узгоджується з FFT-реалізацією, що зумовлює її застосування у спектральному аналізі [58].

Фундаментальним недоліком стандартної періодограми є її статистична неконсистентність: навіть при $M, N \rightarrow \infty$ дисперсія цієї оцінки не прямує до нуля,

а залишається значною [59]. Це означає, що спектральне подання містить випадкові флуктуації, які можуть проявлятися у вигляді випадкових піків та локальних нестабільностей. Крім того, для скінченних реалізацій має місце витік спектра (spectral leakage), зумовлений обрізанням нескінченного сигналу скінченим вікном спостереження [59]. У контексті МРТ це може ускладнювати відокремлення шумових компонент від корисних просторово-частотних складових сигналу.

Для зменшення дисперсії періодограмної оцінки в цій роботі застосовується згладжування за Деніеллом. На відміну від підходів, заснованих на сегментації сигналу та усередненні кількох модифікованих періодограм, метод Денієлла реалізує локальне усереднення значень періодограми безпосередньо в частотній області [60]. В двовимірному випадку згладжену оцінку спектральної щільності потужності можна записати як:

$$P_D(u, v) = P(u, v) * H(u, v) \quad (2.3)$$

де $H(u, v)$ - ядро згладжування. В найпростішому випадку воно задається прямокутною апертурою розміром $(2K + 1) \times (2K + 1)$, тобто згладжена оцінка в кожній точці обчислюється як локальне середнє в її частотному околі.

Вибір параметра K , який визначає ширину вікна згладжування, є ключовим етапом спектрального оцінювання. Збільшення K приводить до зменшення дисперсії оцінки та сильнішого згладжування спектра, однак одночасно знижує частотну роздільну здатність [61]. Для задач обробки МРТ-зображень це означає, що надмірне згладжування здатне послаблювати просторово-частотні складові, пов'язані з дрібними або низькоконтрастними анатомічними структурами після реконструкції.

Отже, застосування періодограми та її згладжених модифікацій реалізує класичний компроміс непараметричного спектрального аналізу: зменшення дисперсії досягається ціною втрати частотної роздільної здатності [59, 61].

2.2 Об'єкт дослідження та моделювання шумового впливу

Для проведення експериментального дослідження в цьому розділі було використано серію МРТ-зображень головного мозку, отриманих за допомогою T2-зваженої візуалізації. У цьому режимі забезпечується високий контраст між білою і сірою речовиною головного мозку, а також цереброспінальною рідиною, що робить такі зображення придатними для дослідження впливу шуму на візуалізацію анатомічних структур [62]. Дані були отримані за технологією turbo spin echo (TSE), яка використовує серію рефокусуючих імпульсів для прискорення збору даних. Водночас за довгих echo train така послідовність може супроводжуватися розмиттям зображення (blurring) і зміною просторово-частотних характеристик сигналу [63].

Первинно вихідні дані були сформовані у стандарті DICOM (Digital Imaging and Communications in Medicine), однак безпосередньо в межах даного експерименту використовувалися не DICOM-файли, а їх растрові представлення у форматі PNG, попередньо конвертовані з DICOM. Таким чином, в даному розділі будуть досліджуватися вже реконструйовані двовимірні амплітудні зображення

$$x(m, n) \in R^{M \times N} \quad (2.4)$$

де M і N - розміри зображення за двома координатами. На даному етапі в експерименті не використовувалися службові метадані DICOM, однак вони будуть розглянуті в розділі 4 дисертації; аналіз виконувався безпосередньо над матрицями яскравості, отриманими після конвертації з вихідного медичного формату.

Ключовим аспектом задачі спектральної фільтрації є вибір шумової моделі. У магнітно-резонансній томографії шум має переважно теплове походження і зумовлений випадковими флуктуаціями електричних зарядів в приймальній РЧ-котушці томографа та тканинах пацієнта [64]. На рівні первинного МРТ-сигналу, який реєструється у двох квадратурних каналах, шум зазвичай моделюється як адитивний гауссівський у дійсній та уявній складових.

Якщо позначити ці складові через I та Q , то амплітудне зображення формується як модуль комплексного сигналу:

$$M = \sqrt{I^2 + Q^2} \quad (2.5)$$

Унаслідок цієї нелінійної операції статистика шуму змінюється: для реконструйованих амплітудних зображень розподіл випадкової амплітуди вже не є гауссівським і в загальному випадку описується розподілом Райса [29]. Для вимірної амплітуди A при істинному значенні сигналу A_0 та стандартному відхиленні шуму σ функція густини ймовірності має вигляд формули 1.8.

Аналіз цієї моделі показує, що за низького відношення сигнал/шум райсова статистика призводить до позитивного зміщення амплітуди, тобто до систематичного завищення слабких сигналів. У міру зростання SNR вплив цього зміщення зменшується, а розподіл Райса поступово наближається до нормального розподілу [58]. Отже, для реальних реконструйованих МРТ-зображень у форматі PNG шумова модель не є строго гауссівською, особливо у слабкосигнальних ділянках.

Водночас метою даного розділу є розробка і перевірка непараметричного методу знешумлення в контрольованих умовах, де параметри шумового впливу можуть задаватися явно. З цієї причини в роботі прийнято спрощену модель адитивного білого гауссівського шуму:

$$y(t, n) = x(t, n) + n(t, n), \quad n \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad (2.6)$$

де $x(t, n)$ - вихідне зображення, $y(t, n)$ - його зашумлена реалізація, а $n(t, n)$ - шумова компонента з нульовим середнім і дисперсією σ^2 .

Таке наближення використане свідомо і не репрезентує повноцінно фізичний опис шуму в амплітудних МРТ, однак є першим етапом дослідження поставленої задачі. Перш за все, такий сценарій дозволяє точно контролювати інтенсивність внесеного шуму в серії експериментів. Також, для білого гауссівського шуму спектральна щільність потужності є сталою на всіх частотах, що спрощує його аналіз у межах періодограмного підходу [47]. Дана спрощена модель дозволить порівняти періодограмний метод з іншими алгоритмами

фільтрації в умовах амплітудного зображення. Отримані результати мають дати відповідь про перспективність використання такого методу в контексті амплітудних зображень, а також обґрунтувати доцільність розширення методу на комплексні МРТ-дані.

Для валідації запропонованого методу виконувалося штучне зашумлення вихідних растрових зображень із заданими параметрами шуму. Це дало змогу отримати пари «чисте зображення – зашумлене зображення» і надалі оцінювати якість відновлення метриками PSNR і SSIM.

2.3 Алгоритм періодограмного знешумлення у частотній області

Реалізація запропонованого методу знешумлення ґрунтується на послідовному переході між просторовою та частотною областями з використанням періодограмного оцінювання спектральної щільності потужності та її локального згладжування. Ідея методу полягає у зменшенні випадкових флуктуацій, спричинених шумом, і спробі збереження структурних компонент зображення. Для більшості зображень значна частина енергії після перетворення зосереджується біля початку координат частотної площини, тоді як адитивний білий шум не має такої концентрації [65, 87].

Етап 1. Перехід у частотну область.

На першому етапі зашумлене зображення $y(m, n)$ піддається двовимірному швидкому перетворенню Фур'є (FFT). У результаті отримується комплексний спектр:

$$Y(u, v) = \mathcal{F}(y(m, n)) = |Y(u, v)|e^{i\phi_y(u, v)} \quad (2.7)$$

де $|Y(u, v)|$ – це амплітудний спектр, а $\phi_y(u, v)$ – фазовий спектр зображення. У межах даного розділу йдеться саме про фазу двовимірного перетворення Фур'є реконструйованого зображення, а не про початкове фазове зображення МРТ.

Етап 2. Обчислення та згладжування періодограми.

Для оцінювання спектральної щільності потужності обчислюється стандартна періодограма:

$$P(u, v) = \frac{1}{MN} |Y(u, v)|^2, \quad (2.8)$$

де M і N - розміри зображення [47, 57]. Як було показано в підрозділі 2.1, класична періодограма характеризується високою дисперсією, тому для стабілізації спектральної оцінки застосовується згладжування за Деніеллом. У даній роботі використовується двовимірне прямокутне ядро усереднення розміром

$(2K + 1) \times (2K + 1)$, унаслідок чого згладжена оцінка набуває вигляду:

$$P_D(u, v) = \frac{1}{(2K + 1)^2} \sum_{j=-K}^K \sum_{l=-K}^K P(u + j, v + l) \quad (2.9)$$

Збільшення параметра K приводить до сильнішого усереднення сусідніх частотних відліків, що зменшує дисперсію оцінки, але водночас знижує частотну роздільну здатність [57, 66].

Етап 3. Формування модифікованого комплексного спектра

Оскільки періодограма $P_D(u, v)$ є оцінкою локальної спектральної потужності, а не безпосередньо комплексного спектра, для подальшої реконструкції формується модифікований спектр, у якому амплітудна складова визначається на основі згладженої періодограми, а фазова складова запозичується з початкового спектра зашумленого зображення. За прийнятої нормалізації періодограми амплітудна оцінка записується як:

$$\hat{A}(u, v) = \sqrt{MN \cdot P_D(u, v)} \quad (2.10)$$

а модифікований комплексний спектр формується у вигляді

$$\hat{Y}(u, v) = \hat{A}(u, v) e^{i\phi_Y(u, v)} \quad (2.11)$$

Збереження фазової складової є важливим, оскільки саме фаза значною мірою визначає просторову організацію та геометричну узгодженість реконструйованого зображення [86]. Таким чином, запропонований підхід не

відновлює “істинний” спектр у строгому статистичному сенсі, а здійснює його евристичну модифікацію на основі згладженої оцінки спектральної потужності.

Етап 4. Зворотна реконструкція.

На заключному етапі виконується зворотне швидке перетворення Фур’є (IFFT):

$$\hat{x}(m, n) = \mathcal{F}^{-1}\{\hat{Y}(u, v)\} \quad (2.12)$$

Запропонований алгоритм відрізняється від класичних просторових фільтрів тим, що модифікація сигналу здійснюється не шляхом локального згладжування інтенсивностей у просторі зображення, а через кероване перетворення його спектрального представлення. Це дозволяє гнучкіше регулювати компроміс між шумопригніченням і збереженням структурних деталей без явного параметричного моделювання спектра корисного сигналу [47, 57].

2.4 Метрики оцінки якості та фрактальний аналіз зображень

Оцінювання ефективності методів шумозаглушення в медичній візуалізації потребує використання кількох показників, оскільки окрема метрика не може сама по собі повністю охарактеризувати якість реконструйованого зображення. У даній роботі для кількісного аналізу застосовано пікове співвідношення сигналу до шуму (PSNR), індекс структурної подібності (SSIM) та фрактальну розмірність (FD). При цьому PSNR і SSIM розглядаються як основні метрики повної еталонної оцінки, тоді як фрактальна розмірність використовується як додатковий дескриптор морфологічної складності зображення [68, 72].

Пікове співвідношення сигналу до шуму (PSNR) є класичною метрикою, що базується на середньоквадратичній помилці між еталонним зображенням x та реконструйованим зображенням $\hat{x}$. Для зображення з глибиною квантування n біт, де $L = 2^n - 1$ - максимальне значення пікселя, ця метрика визначається як [61]:

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{L^2}{\text{MSE}} \right), \quad (2.13)$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [x(i, j) - \hat{x}(i, j)]^2 \quad (2.14)$$

Для попередньо нормалізованих зображень замість $L = 2^n - 1$ може використовуватися $L = 1$. Вищі значення PSNR відповідають меншій середньоквадратичній похибці між зображеннями. Однак цієї метрики недостатньо для оцінювання якості реконструкції, оскільки вона характеризує лише локальні відхилення інтенсивності й не враховує просторову організацію структур [61].

Індекс структурної подібності (SSIM) був запропонований як метрика, що оцінює не лише помилку, а й подібність структури зображення. SSIM порівнює локальні характеристики двох зображень за трьома компонентами: середньою яскравістю, контрастом і структурною узгодженістю [69]. Для двох локальних блоків x та y SSIM визначається як:

$$\text{SSIM}(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)} \quad (2.15)$$

де μ_x, μ_y - середні значення, σ_x^2, σ_y^2 - дисперсії, σ_{xy} - коваріація, а C_1, C_2 стабілізуючі константи [69]. У практичних задачах порівняння подібних невід'ємних зображень значення SSIM зазвичай лежать у діапазоні, близькому до 0 ... 1, а значення, ближчі до одиниці, відповідають вищій структурній подібності [68, 69]. У контексті МРТ головного мозку саме SSIM доцільно розглядати як одну з ключових метрик [61, 68].

На відміну від PSNR і SSIM, фрактальна розмірність (FD) використовується у цій роботі не як стандартна метрика якості зображення, а як додатковий показник складності його геометричної структури. Використання підходу зумовлене тим, що багато біологічних та анатомічних об'єктів характеризуються масштабною нерегулярністю, а тому можуть описуватися фрактальними або мультифрактальними дескрипторами [70, 72]. У задачах

аналізу МРТ фрактальні характеристики застосовувалися, зокрема, для кількісного опису неоднорідних тканинних структур і патологічних утворень [70].

Для оцінювання FD в роботі використовується метод box-counting. Його суть полягає в накладанні на зображення сітки з комірками розміру ε та підрахунку кількості комірок $N(\varepsilon)$, що містять область досліджуваної структури. Теоретично фрактальна розмірність визначається співвідношенням [71]:

$$FD = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \quad (2.16)$$

Однак для цифрових зображень ця величина на практиці не обчислюється як точний ліміт, а оцінюється за нахилом лінійної регресії в координатах $(\log \left(\frac{1}{\varepsilon}\right), \log N(\varepsilon))$ на скінченному наборі масштабів [71, 72].

В межах даної роботи FD використовується як допоміжний індикатор того, наскільки після обробки змінюється геометрична складність зображення. При цьому інтерпретацію цієї метрики слід здійснювати обережно, оскільки оцінка фрактальної розмірності залежить не лише від морфологічних особливостей тканин, а й від рівня шуму, алгоритму бінаризації, вибору масштабів та конкретної реалізації методу box-counting [72, 88]. Тому наближення FD реконструйованого зображення до FD еталонного зображення може розглядатися лише як додатковий критерій вибору параметра згладжування, а не як самодостатній критерій.

Комплексне використання PSNR, SSIM і FD дозволить оцінити якість реконструкції з різних позицій: PSNR характеризує середню похибку відновлення, SSIM – ступінь збереження структур, а FD – зміну його морфологічної складності.

2.5 Аналіз результатів та інтерпретація експериментальних даних

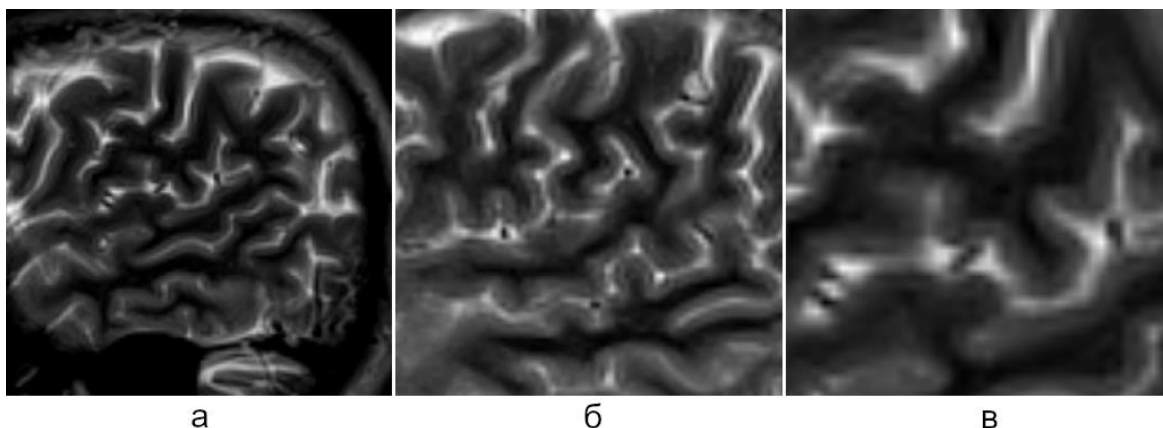
2.5.1 Параметри набору даних та моделювання умов сканування

Практична частина дослідження базувалася на аналізі T2-зважених МРТ-зображень головного мозку, отриманих у сагітальній площині [89]. Для експерименту використовувалися реконструйовані растрові зображення, попередньо конвертовані з вихідних медичних даних. Матриця кожного зображення становила 255×255 пікселів.

Було обрано фрагменти кори головного мозку через наявність таких елементів як звивини, борозни та межі між тканинами, що є чутливими до надмірного згладжування. Такі структури є зручним об'єктом для перевірки ефективності спектральних методів шумозаглушення. Навіть незначне спотворення високочастотних компонент може призводити до втрати локальних морфологічних характеристик.

З метою дослідження впливу просторового масштабу, а також параметрів вікна K на ефективність запропонованого методу було сформовано три типи тестових зображень (рис. 2.1):

- мале збільшення (Low magnification) – охоплює ширшу ділянку кори головного мозку та містить структури різних просторових масштабів;
- середнє збільшення (Medium magnification) – фокусується на окремій групі звивин і борозен;
- велике збільшення (High magnification) – містить деталізований фрагмент локальної тканинної структури.



а

б

в

Рис 2.1. МРТ-зображення мозку з малим збільшенням (а), середнім збільшенням (б) та великим збільшенням (в).

Моделювання шумового впливу здійснювалося шляхом додавання до вихідних зображень адитивного білого гауссівського шуму (AWGN). Як вже зазначалося, реальний шум у амплітудних МРТ має складнішу статистичну природу, проте, використання AWGN у даному розділі є виправданим як спрощена модель для чисельного експерименту, орієнтованого на аналіз частотних властивостей зображення.

Параметри шуму підбиралися таким чином, щоб сформувати візуально складні умови реконструкції, за яких шум суттєво ускладнює розпізнавання анатомічних деталей. Для ілюстрації впливу завад на рис. 2.2 наведено приклад вихідного зображення середнього збільшення та його зашумленої реалізації.

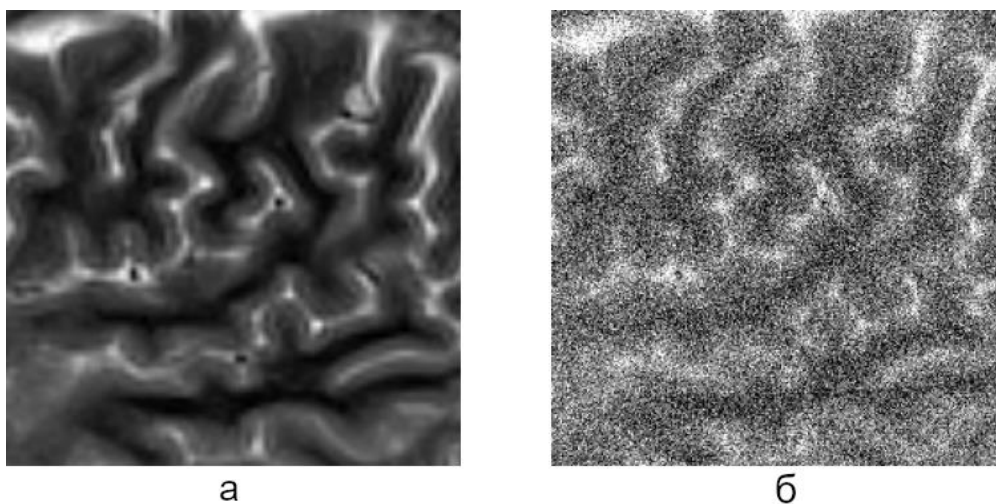


Рис 2.2. МРТ-зображення із середнім збільшенням без доданого шуму (а) та після моделювання шумового впливу (б).

Таким чином, сформований експериментальний набір даних дозволяє дослідити ефективність запропонованого методу шумозаглушення на зображеннях із різним просторовим масштабом та в умовах контрольованої деградації, що є необхідним для подальшого аналізу як кількісних метрик якості, так і візуального збереження морфологічної структури тканин.

2.5.2 Аналіз впливу параметра згладжування K

На даному кроці аналізується параметр згладжування періодограми Денієлла K і його вплив на якість візуалізації реконструйованого зображення. Параметр K визначає радіус частотного околу, в межах якого виконується локальне усереднення значень періодограми. У межах експерименту було протестовано діапазон значень від $K = 1$ до $K = 10$.

На рис. 2.3 наведено результати для трьох характерних випадків. За $K = 1$, що відповідає мінімальному згладжуванню, реконструйоване зображення залишається помітно зашумленим, з наявними артефактами у вигляді темних і світлих плямистих ділянок. Такий результат пояснюється високою дисперсією періодограмної оцінки. За $K = 10$, навпаки, зображення зазнає істотного пригнічення шуму, і набуває штучної дрібнозернистої текстури. Надмірне усереднення сусідніх частотних відліків призводить до втрати частини високочастотних компонент і, як наслідок, спотворення просторово-частотної структури зображення. Така поведінка відповідає класичному компромісу згладжених періодограм: зменшення дисперсії спектральної оцінки досягається ціною зниження частотної роздільної здатності.

У межах проведеного експерименту значення $K = 5$ можна розглядати як емпіричний компроміс між рівнем шумозаглушення та збереженням структурних деталей: шум послаблюється, однак основні анатомічні контури ще не зазнають вираженого розмиття.

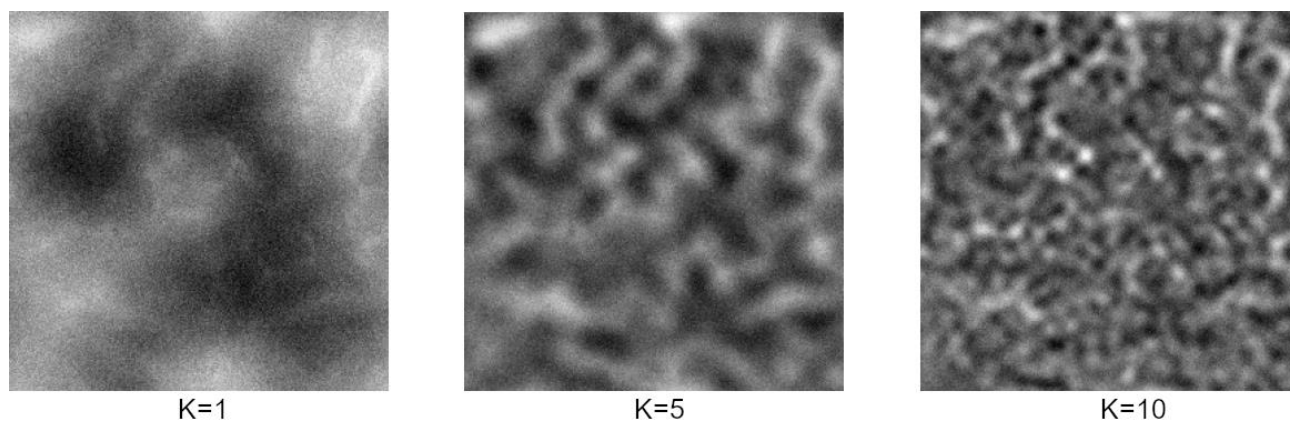


Рис 2.3. Зашумлене МРТ-зображення із середнім збільшенням після обробки за різних значень параметра згладжування K .

2.5.3 Оцінка за індексом структурної подібності (SSIM)

Для об'єктивізації отриманих результатів було проведено розрахунок метрики SSIM для всіх типів тестових зображень у всьому досліджуваному діапазоні значень параметра згладжування K . Отримані результати подано у вигляді графічних залежностей (рис. 2.4), а також у зведеній таблиці (табл. 2.1), де наведено значення метрик для випадків, що відповідають максимальному SSIM.

Збільшення	Розмір вікна (K)	SSIM	PSNR (dB)	Fractal Dimension
Велике	3	0.70 ± 0.01	21.02 ± 0.40	1.40 ± 0.04
Середнє	5	0.65 ± 0.02	18.95 ± 1.22	1.40 ± 0.07
Мале	6	0.43 ± 0.01	14.67 ± 0.74	1.25 ± 0.06

Таблиця 2.1. Результати SSIM, PSNR та фрактальної розмірності для MPT-зображень, що відповідають максимальним значенням SSIM.

Аналіз графіків на рис. 2.4 демонструє закономірність: оптимальний параметр згладжування K залежить від просторового масштабу анатомічних структур на зображенні.

Для великого збільшення (High magnification) максимальне значення SSIM спостерігається при $K = 3$. Це пояснюється тим, що на зображеннях великого збільшення в межах зображення переважають дрібні структурні деталі, які швидко деградують при надмірному спектральному усередненні.

Для середнього збільшення (Medium magnification) при $K = 5$ досягається найбільш збалансоване співвідношення між пригніченням шуму та збереженням морфологічної організації структур мозку.

Для малого збільшення (Low magnification) максимум SSIM досягається при $K = 6$. Більша область спостереження містить структури різних масштабів, а тому потребує дещо сильнішого згладжування для стабілізації спектральної оцінки.

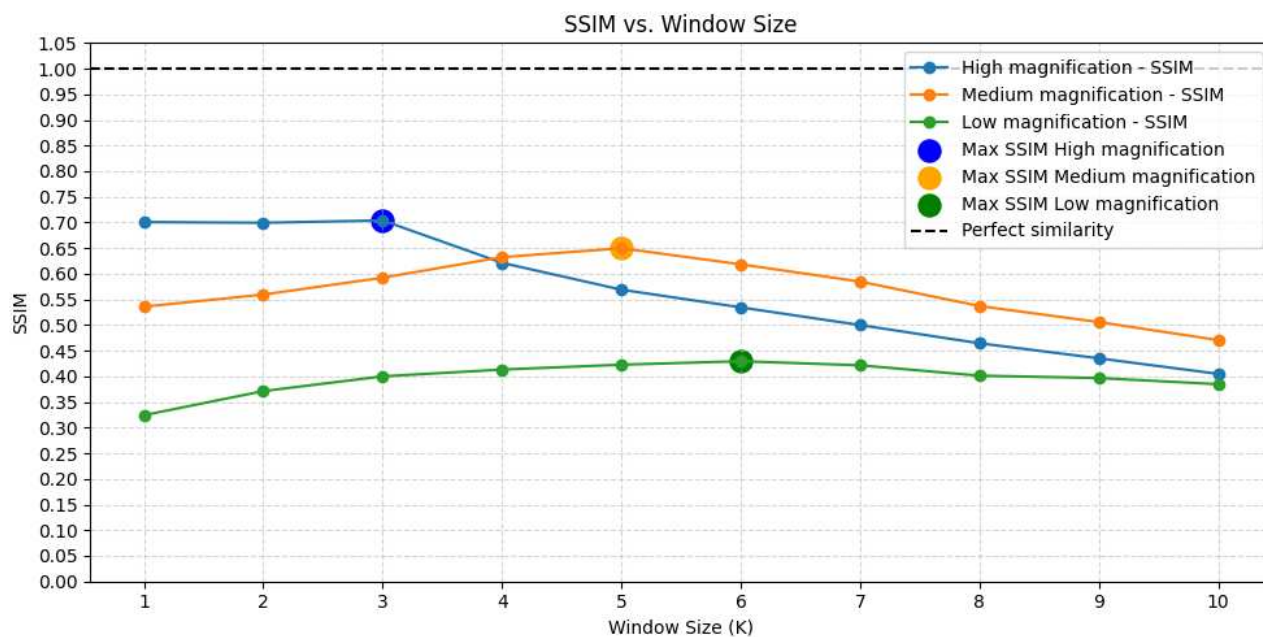


Рис 2.4. Залежність SSIM від розміру вікна згладжування K.

Отримані результати дають підстави стверджувати, що під час використання періодограмного методу вікно згладжування K слід добирати з урахуванням просторового масштабу структур. При цьому навіть за високого рівня доданого шуму запропонований підхід забезпечує помітне покращення структурної подібності реконструйованого зображення.

Значення SSIM та PSNR в таблиці 2.2 наведено у форматі середнє $\pm$ стандартне відхилення.

Таблиця 2.2. Оптимальний розмір вікна K для кожного рівня шуму за критерієм SSIM.

Зображення	σ (Шум)	K (Оптимальне)	SSIM	PSNR (dB)
Мале збільшення	0.1	6	0.52 ± 0.01	15.20 ± 0.51
	0.3	6	0.43 ± 0.01	14.67 ± 0.74
	0.5	5	0.34 ± 0.01	13.26 ± 0.51
Середнє збільшення	0.1	5	0.70 ± 0.01	17.63 ± 0.48
	0.3	5	0.65 ± 0.02	18.95 ± 1.22
	0.5	5	0.58 ± 0.02	18.74 ± 1.18
Високе збільшення	0.1	3	0.76 ± 0.01	21.66 ± 0.16
	0.3	3	0.70 ± 0.01	21.02 ± 0.40
	0.5	2	0.65 ± 0.01	20.46 ± 0.21

Статистична обробка результатів із використанням t-тесту показала наявність статистично значущих відмінностей ($p < 0,05$) для досліджуваних порівнянь між групами з різними значеннями K .

2.5.4 Оцінка за піковим співвідношенням сигналу до шуму (PSNR)

Метрика PSNR у даному дослідженні використовується як показник середньоквадратичної (MSE) похибки між еталонним та реконструйованим зображеннями. На відміну від SSIM, яка орієнтована на збереження структурної подібності, PSNR є чутливою насамперед до абсолютних відхилень інтенсивності пікселів. Результати розрахунків для різних типів зображень подано на рисунку 2.5.

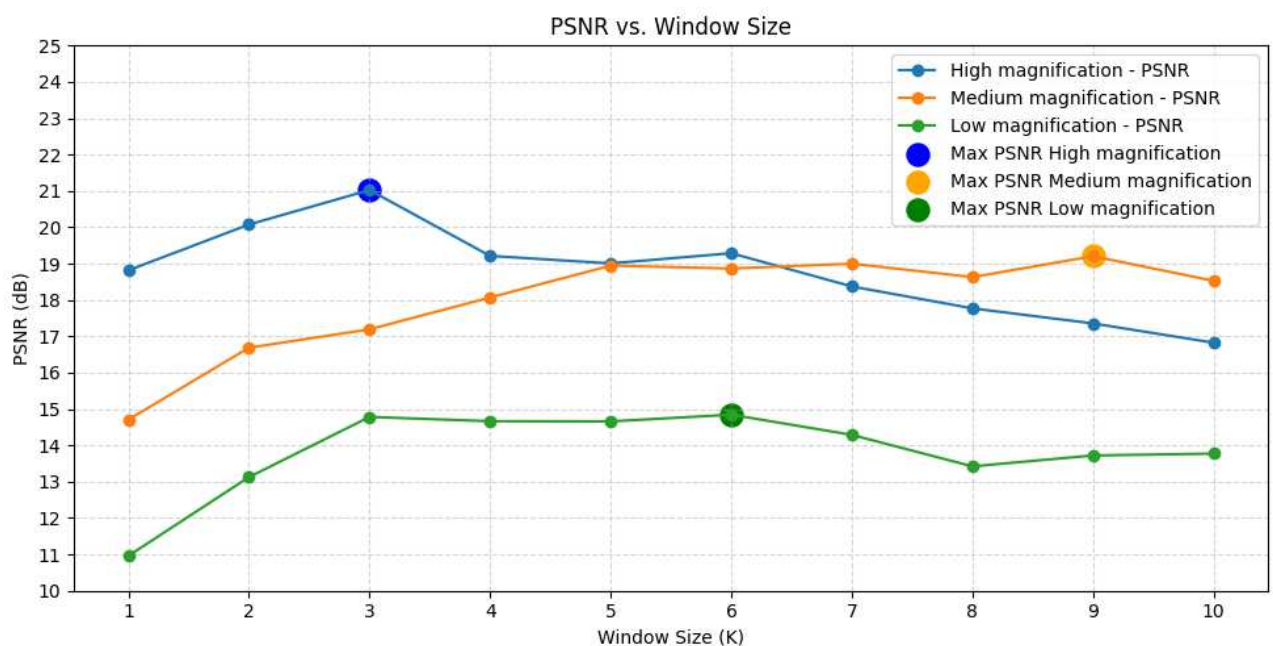


Рис 2.5. Залежність PSNR від розміру вікна згладжування K .

Аналіз графіка на рисунку 2.5 дозволяє виділити кілька характерних закономірностей. По-перше, для всіх типів зображень спостерігається початкове зростання PSNR при переході від $K = 1$ до малих значень параметра згладжування. Це свідчить про те, що навіть помірне локальне усереднення періодограми приводить до зменшення середньоквадратичної похибки між реконструйованим та еталонним зображеннями.

Для зображення з великим збільшенням максимум PSNR досягається при $K = 3$, що узгоджується з результатами, отриманими за метрикою SSIM.

Для малого збільшення максимум PSNR спостерігається при $K = 6$, що також узгоджується з SSIM. Отже, для широких областей зображення обидві метрики вказують на доцільність сильнішого згладжування.

Для середнього збільшення результат відрізняється від SSIM, що дає привід для аналізу. Максимум SSIM досягається при $K = 5$, тоді як максимум PSNR, відповідно до рис. 2.5, досягається при $K = 9$. Збільшення параметра K до більших значень приводить до сильнішого спектрального усереднення, що зменшує середньоквадратичну помилку і, відповідно, підвищує PSNR. Проте водночас це спричиняє помітніше згладжування дрібних текстур, через що значення SSIM починає зменшуватись. Таким чином, випадок середнього збільшення демонструє принципову відмінність між двома метриками: PSNR дає перевагу більш агресивному шумопригніченню, тоді як SSIM є чутливішою до втрати локальної структури. Саме тому високий PSNR не завжди означає найкращу якість реконструкції з клінічної або морфологічної точки зору.

2.5.5 Оцінка за фрактальною розмірністю (FD)

Фрактальна розмірність (FD) у даному дослідженні використовувалася як додатковий дескриптор морфологічної складності зображення. На рисунку 2.6 наведено залежність FD від розміру вікна згладжування K у порівнянні зі значеннями FD еталонних зображень.

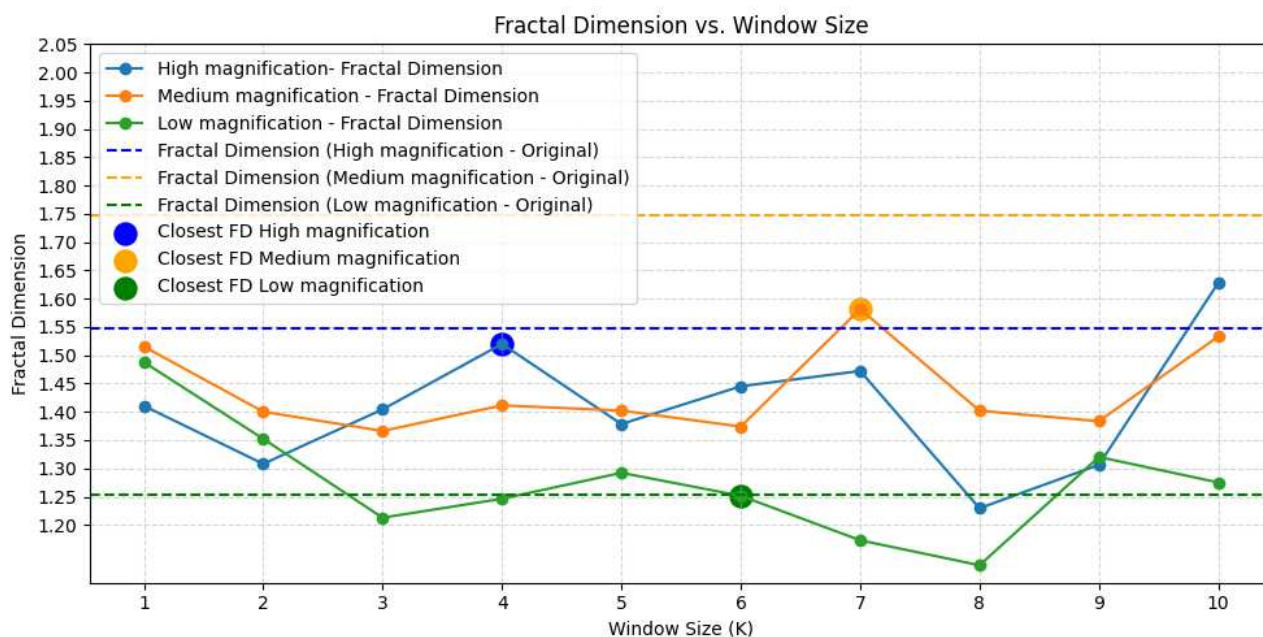


Рис 2.6. Графік FD за різних розмірів вікна (K).

Для обчислення FD застосовувався метод box-counting після бінаризації зображення з порогом 0.6, який у межах даного експерименту було обрано як робоче значення для виділення основних тканинних меж. Пунктирні горизонтальні лінії на графіку відповідають FD еталонних зображень для трьох масштабів: малого, середнього та високого збільшення.

З графіка на рисунку 2.6 видно, що залежність FD від параметра K не має простого лінійного характеру: зі зміною розміру вікна фрактальна розмірність може як зменшуватися, так і зростати. Це пов'язано з тим, що FD реагує не лише на рівень шуму, а й на зміну контурів та дрібних структур після фільтрації.

Найближче наближення до еталонного значення FD спостерігається при $K = 4$ для високого збільшення, при $K = 7$ для середнього збільшення та при $K = 6$ для малого збільшення. Водночас ці значення не завжди збігаються з оптимумами, отриманими за SSIM, бо SSIM оцінює локальну структурну подібність, а FD – загальну геометричну складність зображення. Тому FD у цій роботі розглядається як допоміжний індикатор, який дозволяє виявляти чи не призводить фільтрація до надмірної втрати дрібних деталей або, навпаки, до збереження залишкової шумової текстури [70].

2.5.6 Підсумкова візуалізація результатів реконструкції

На основі комплексного аналізу за метриками SSIM, PSNR і FD було визначено найбільш доцільні конфігурації алгоритму для кожного масштабу зображення (рис. 2.7).

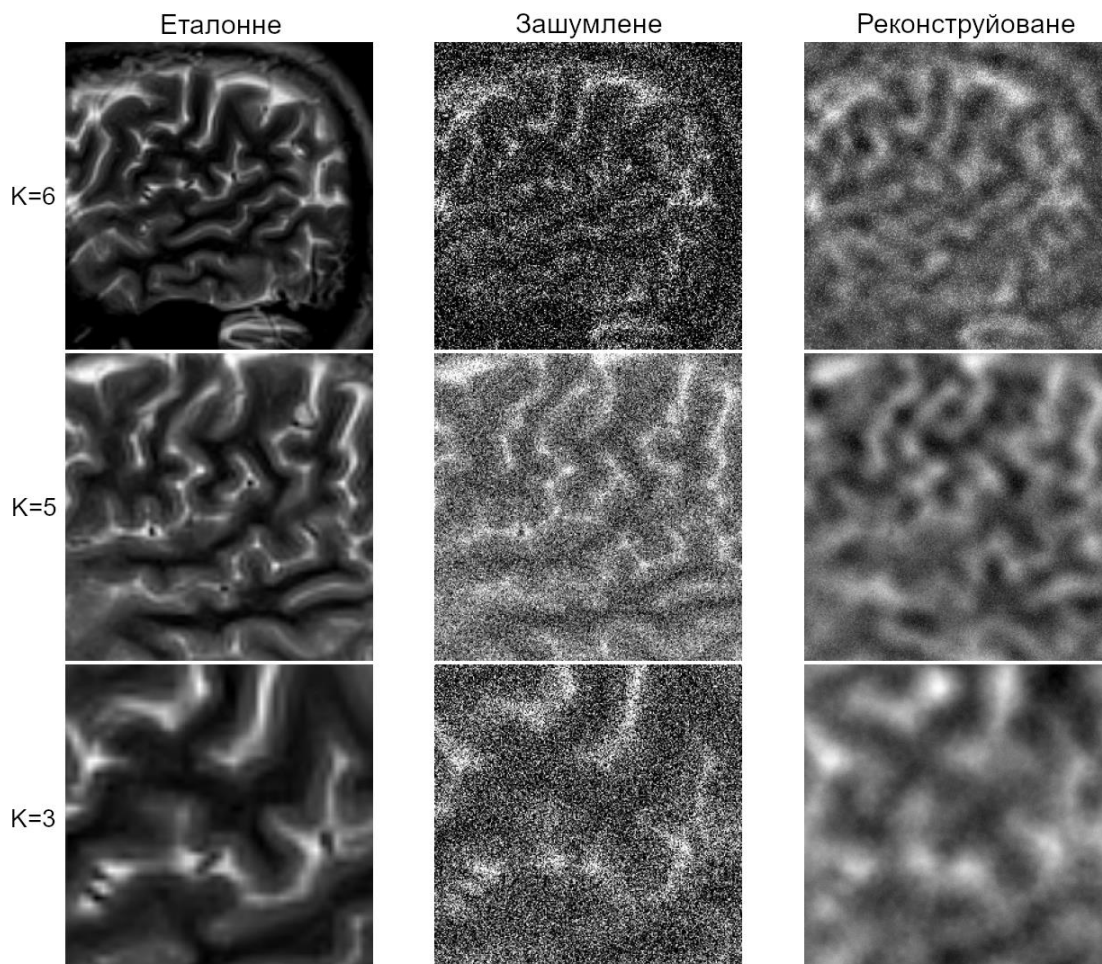


Рис 2.7. Еталонні, зашумлені та реконструйовані за допомогою згладженої періодограми Денієлла MPT-зображення для значень K , що відповідають найбільшим значенням SSIM.

Візуальна оцінка узгоджується з кількісними результатами, наведеними в таблиці 2.1: у всіх випадках після обробки спостерігається помітне зменшення шумових артефактів та покращення візуального розрізнення основних морфологічних структур. Найкраща якість реконструкції спостерігається для зображення з великим збільшенням, де за $K = 3$ вдалося досягти компромісу між пригніченням шуму та збереженням чіткості контурів без суттєвих артефактів.

2.6 Порівняльний аналіз запропонованого та обговорення обмежень

Для додаткової перевірки ефективності запропонованого підходу було проведено його порівняння зі стандартним фільтром Вінера, який є класичним лінійним методом зменшення шуму. В загальному випадку фільтр Вінера є оптимальним лінійним фільтром у сенсі мінімізації середньоквадратичної похибки між оціненим та істинним сигналом за умови відомих або оцінених статистичних характеристик корисного сигналу та шуму.

Принципова відмінність між двома підходами полягає в тому, що фільтр Вінера базується на явній статистичній моделі сигналу та шуму, тоді як метод Денієлла ґрунтується на непараметричному згладжуванні спектральної оцінки потужності без явного задання параметричної моделі корисного сигналу. Таким чином, Вінер-підхід є більш формалізованим у сенсі критерію оптимальності, тоді як запропонований метод є простішим в реалізації та спирається на безпосереднє перетворення спектрального представлення зображення.

Проте, непараметричність методу не гарантує кращого відновлення за класичними метриками якості. Зокрема, згладжування періодограми приводить до зменшення дисперсії спектральної оцінки, однак водночас може знижувати частотну роздільну здатність і спричиняти втрату структурних деталей.

2.6.1 Підсумкова візуалізація результатів реконструкції

Для порівняльного аналізу було обрано МРТ-зображення середнього збільшення, зашумлене адитивним білим гауссівським шумом зі стандартним відхиленням $\sigma = 0.3$. Параметри стандартного фільтра Вінера та методу Денієлла добиралися таким чином, щоб забезпечити найкращий результат у межах проведеного експерименту. Візуальне порівняння результатів наведено на рисунку 2.8, а кількісні показники – у таблиці 2.3.

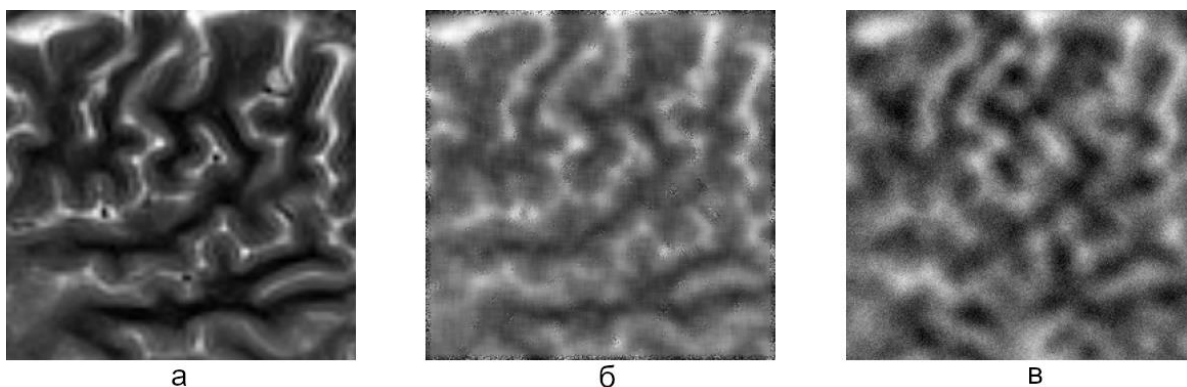


Рис. 2.8. Оригінальне МРТ-зображення (а), зображення, реконструйоване із застосуванням стандартного фільтра Вінера (б), та зображення, реконструйоване із застосуванням методу Денієлла (в).

Порівняння результатів зменшення шуму з використанням стандартного фільтра Вінера та методу Денієлла.

Метод	SSIM	PSNR (dB)	Fractal Dimension
Фільтр Вінера	0.67 ± 0.01	24.67 ± 0.07	1.76 ± 0.01
Періодограма Денієлла	0.65 ± 0.02	18.95 ± 1.22	1.40 ± 0.07

Аналіз кількісних результатів показує, що в даному експерименті стандартний фільтр Вінера забезпечує вищі значення як PSNR, так і SSIM порівняно з методом Денієлла. Значення PSNR для фільтра Вінера становить 24.67 ± 0.07 дБ, тоді як для методу Денієлла - 18.95 ± 1.22 дБ. Це свідчить про меншу середньоквадратичну похибку реконструкції у випадку застосування фільтра Вінера. Аналогічно, значення SSIM для фільтра Вінера (0.67 ± 0.01) є дещо вищим, ніж для методу Денієлла (0.65 ± 0.02), що вказує на трохи кращу структурну подібність реконструйованого зображення до еталонного.

Водночас значення фрактальної розмірності після застосування двох методів істотно відрізняються. Для фільтра Вінера отримано $FD = 1.76 \pm 0.01$, тоді як для методу Денієлла – $FD = 1.40 \pm 0.07$. Оскільки фрактальна розмірність у даній роботі використовується лише як допоміжний дескриптор морфологічної складності, цей результат не слід інтерпретувати відокремлено. Проте він свідчить про те, що два методи по-різному впливають на геометричну структуру реконструйованого зображення.

Візуальний аналіз результатів узгоджується з числовими метриками. Стандартний фільтр Вінера забезпечує сильніше пригнічення шуму та формує більш гладке зображення, що підтверджується значеннями PSNR. Метод Денієлла, у свою чергу, демонструє менш агресивне пригнічення шуму, але зберігає інший характер просторової структури, що проявляється у значенні фрактальної розмірності.

2.6.2 Обмеження методу при обробці повнорозмірних сканів

Незважаючи на задовільні результати при реконструкції локальних фрагментів зображень, при спробі застосування періодограмного методу до повнорозмірного МРТ-зрізу виникли суттєві обмеження (рис. 2.9). На відміну від локальних ділянок кори, повний зріз містить велику кількість структур із різною інтенсивністю сигналу, різкими переходами та неоднорідною просторово-частотною структурою. Додатковим фактором є наявність на повнорозмірному скані великого чорного фону, який не містить анатомічної інформації, але суттєво впливає на глобальне спектральне представлення зображення. Різка відмінність між ділянками мозку та фоном створює умови, за яких глобальна спектральна оцінка втрачає локальну специфічність. Це дає підстави вважати, що частина спотворень, отриманих на повнорозмірному скані, зумовлена саме впливом чорного фону на загальну спектральну оцінку.

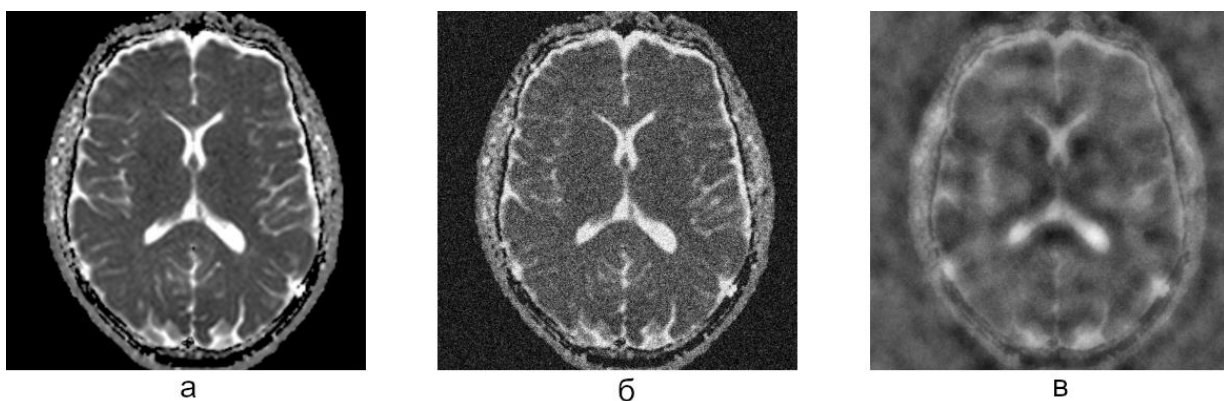


Рис 2.9. Оригінальне МРТ-зображення в аксіальній площині (а), зашумлене зображення (б) та зображення після обробки методом згладженої періодограми Денієлла (в).

Отже, результати показують, що запропонований непараметричний періодограмний метод є більш доцільним для локальної або блочної обробки зображень, де просторовий склад є відносно одноріднішим і вплив глобального фону не є домінуючим. Це є важливим для задач фокусованого аналізу окремих анатомічних структур або вогнищевих уражень.

2.6.3 Шляхи вдосконалення періодограмного методу в МРТ

Проведений аналіз дозволяє визначити кілька напрямів подальшого вдосконалення запропонованого підходу. Одним таким перспективним напрямом є перехід від глобального згладжування до локально адаптивних схем, у яких параметри спектральної обробки узгоджуються з просторовою складністю конкретної області зображення. Також доцільним є дослідження модифікацій періодограмного оцінювання, зокрема використання альтернативних схем усереднення, інших типів віконних функцій та більш гнучких способів зменшення дисперсії спектральної оцінки.

Альтернативний спосіб усунути недоліки періодограми Деніелла буде наведено в розділі 3 дисертації, де періодограмний підхід інтегрується з нейронною мережею автокодувальника. Така інтеграція розглядається як спосіб поєднання непараметричного спектрального згладжування з нелінійною моделлю відновлення структурних ознак зображення. Також, в розділі 4 метод Деніелла буде досліджено у порівнянні з багатовіконним методом (multitaper), де використовуються кілька ортогональних вікон замість одного.

Результати даного розділу слід розглядати як початковий етап дослідження непараметричних спектральних методів для зменшення шуму МРТ. Періодограма Деніелла виявилася корисною як проста непараметрична модель спектрального згладжування, однак її обмеження на повнорозмірних сканах показали необхідність вдосконалення та переходу до більш адаптивних і комбінованих підходів, які й становлять предмет подальшого дослідження в наступних розділах дисертації.

2.7 Висновки до розділу 2

В другому розділі було розглянуто непараметричний спектральний аналіз на основі періодограм для зменшення шуму на амплітудних МРТ-зображеннях. Основну увагу приділено стандартній періодограмі та її модифікації за Деніеллом. Було показано, що згладжування періодограми зменшує варіативність спектральної оцінки, однак зі збільшенням параметра K знижується частотна роздільна здатність, що може призводити до втрати структурних деталей зображення.

Експериментальну перевірку виконано на T2-зважених МРТ-зображеннях головного мозку, попередньо конвертованих у растровий формат. Шумові артефакти були додані у вигляді білого гауссівського шуму. Таке наближення не відтворює повністю статистику шуму амплітудних МРТ-зображень, однак дозволяє контрольовано оцінити поведінку періодограмного методу на початковому етапі дослідження. Отримані дані є передумовою до застосування методу до комплексних МРТ зображень.

Запропонований алгоритм складався з перетворення зображення у частотну область, обчислення періодограми, згладжування за методом Деніелла, формування модифікованого спектра та зворотного перетворення Фур'є. Амплітудна складова визначалася на основі згладженої оцінки спектральної потужності, тоді як фазова складова зберігалася зі спектра зашумленого зображення.

Результати показали залежність якості реконструкції від розміру вікна згладжування K . За малих значень K залишалася помітна зернистість, а за надмірного згладжування спостерігалось зниження чіткості контурів зображення. За критерієм SSIM оптимальні значення становили $K = 3$ для зображення з великим збільшенням, $K = 5$ – для середнього та $K = 6$ – для малого

збільшення. Вибір параметру згладжування має здійснюватися з урахуванням масштабу аналізованої області.

Порівняння з фільтром Вінера показало, що Вінер-фільтрація забезпечила вищі значення PSNR і дещо вищі значення SSIM. Отже, за основними кількісними метриками метод Деніелла не отримав конкурентних результатів на даному етапі дослідження. При обробці повнорозмірного МРТ-зрізу було виявлено додаткові обмеження, пов'язані з неоднорідністю зображення та наявністю чорного фону. Такий фон не містить анатомічної інформації, але впливає на глобальну спектральну оцінку. Усунення даного недоліку планується здійснити в розділі 4 використовуючи попереднє маскування області інтересу.

Отримані результати визначають періодограму Деніелла як важливий початковий етап дослідження непараметричних спектральних методів для обробки МРТ-зображень. Спроби частково усунути виявлені недоліки буде розглянуто в розділі 3 шляхом інтеграції підходу з нейронною мережею автокодувальника. В розділі 4 метод Деніелла буде додатково досліджено у порівнянні з багатовіконним методом спектрального оцінювання на комплексних МРТ-даних у k -просторі.

РОЗДІЛ 3 ГІБРИДНІ МЕТОДИ РЕКОНСТРУКЦІЇ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ГЛИБОКОГО НАВЧАННЯ ТА СПЕКТРАЛЬНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

3.1 Концепція гібридного підходу до знешумлення МРТ-зображень в умовах обмежених даних

Для вирішення обмежень, що були виявлені при дослідженні періодограмного методу в розділі 2, в умовах шумових артефактів, що ускладнюють візуалізацію патологічних змін [91], в даному розділі розглядається гібридний підхід до знешумлення МРТ-зображень. Проведений раніше аналіз показав, що непараметрична спектральна фільтрація на основі періодограми Деніелла є ефективною для локального пригнічення шуму, проте її можливості залишаються обмеженими при обробці повнорозмірних сканів, складних неоднорідних структур та в умовах, де надмірне згладжування може призводити до втрати важливих анатомічних деталей. Це зумовило інтерес до поєднання спектральної попередньої обробки з більш гнучкими моделями глибокого навчання, здатними адаптивно відновлювати морфологічну структуру зображення.

Останні досягнення у сфері глибокого навчання продемонстрували високий потенціал згорткових нейронних мереж в задачах реконструкції та знешумлення медичних зображень. До найбільш розповсюджених архітектур належать U-Net, DnCNN та згорткові автокодувальники, здатні моделювати складні нелінійні перетворення між зашумленими та відновленими даними [39-44]. Водночас одним із головних практичних обмежень підходів глибокого навчання залишається залежність від обсягу та репрезентативності навчальної вибірки. В медицині ця проблема є особливо гострою через обмежений доступ до даних, вимоги конфіденційності, обмеженість окремих патологічних випадків [39, 45, 92]. Застосування гібридного підходу, який поєднує непараметричну спектральну попередню обробку з використанням згорткового автокодувальника може потенційно компенсувати обмеження періодограмного методу Деніелла, а також спростити задачу навчання автокодувальника на обмеженій вибірці даних.

Гіпотеза полягає в тому, що попередня спектральна обробка зашумленого зображення дозволяє зменшити роль випадкових високочастотних флуктуацій і сформувати для нейронної мережі більш інформативний вхідний простір. За такого підходу автокодувальник не розв’язує задачу шумопригнічення “з нуля”.

Відповідно до прийнятих у попередніх розділах позначень, зашумлене зображення описується моделлю

$$y(t, n) = x(t, n) + n(t, n) \quad (3.1)$$

де $y(t, n)$ – отримане зображення, $x(t, n)$ – еталонне зображення, а $n(t, n)$ – шумова складова. У межах даного розділу така модель використовується як спрощене робоче наближення, що дозволяє виконувати контрольоване моделювання шумового впливу. Шумова компонента апроксимується гауссівським розподілом:

$$P(n) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{n - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (3.2)$$

де $\mu = 0$, а σ – стандартне відхилення шуму. Для реконструйованих амплітудних МРТ-зображень така модель є лише наближеною, оскільки точніша статистика шуму пов’язана з райсовим розподілом [29].

Запропонований гібридний метод реалізує двоступеневу схему обробки. На першому етапі зашумлене зображення переводиться у частотну область за допомогою швидкого перетворення Фур’є, після чого формується згладжена оцінка спектральної потужності на основі періодограми Денієлла. Для спектра $S(u, v)$ періодограма задається як:

$$P(u, v) = \frac{1}{MN} |S(u, v)|^2 \quad (3.3)$$

Оскільки періодограма описує спектральну потужність і не містить фазову інформацію, фазова складова зберігається окремо в процесі реконструкції. На цьому етапі виконується попереднє непараметричне шумопригнічення та формування додаткового спектрального представлення зображення.

На другому етапі результати спектральної попередньої обробки подаються на вхід згорткового автокодувальника разом із початковим зашумленим

зображенням, формуючи у такий спосіб комбінований вхідний простір. Передбачається, що така схема дозволяє мережі ефективніше виявляти закономірності структури зображення навіть за умов малої навчальної вибірки [42-44]. Ефективність запропонованого підходу надалі оцінюється за метриками SSIM та PSNR, які характеризують відповідно ступінь збереження структурної організації та рівень середньої похибки реконструкції.

Далі в розділі 3 будуть розглянуті складові гібридного методу та виконана експериментальна перевірка того, наскільки поєднання періодограми та згорткового автокодувальника дозволяє підвищити якість реконструкції МРТ-зображень в умовах обмеженої кількості навчальних даних. Окрему увагу приділено порівнянню гібридної схеми та інших сучасних методів знешумлення, а також аналізу того, як змінюється внесок періодограмного модуля зі збільшенням обсягу навчальної вибірки.

3.2 Архітектура згорткового автокодувальника

Для реалізації гібридного підходу у даній роботі використано згортковий автокодувальник (Convolutional Autoencoder, CAE), який поєднує переваги згорткової обробки з можливістю побудови компактного латентного представлення зображення. Вибір саме цієї архітектури зумовлений тим, що згорткові мережі ефективно працюють із двовимірними даними, зберігають локальні просторові зв'язки між пікселями та потребують меншої кількості параметрів, ніж повнозв'язні моделі [42, 93].

На відміну від класичного автокодувальника, що працює з одновимірним векторизованим поданням, згортковий автокодувальник безпосередньо обробляє зображення як двовимірну структуру ознак. Це є важливим для контексту МРТ-зображень, де діагностично значуща інформація пов'язана не лише з інтенсивністю пікселів, а й із їхньою просторовою організацією.

У запропонованій моделі використовується двоканальний вхід, який поєднує:

- початкове зашумлене зображення;

- зображення після попередньої спектральної обробки методом згладженої періодограми.

Математично вхід моделі задається як:

$$Y_{in}(m, n) = [y(m, n), \hat{x}_{(per)}(m, n)] \quad (3.4)$$

де $y(m, n)$ - зашумлене зображення, а $\hat{x}_{(per)}(m, n)$ - результат попередньої періодограмної обробки.

3.2.1 Структура кодувальника та декодувальника

Архітектура мережі автокодувальника побудована за схемою кодувальник-декодувальник (encoder–decoder). Кодувальник виконує послідовне виділення ознак та зменшення просторової роздільної здатності зображення, тоді як декодувальник відновлює просторові розміри та формує реконструйоване зображення.

В кодувальнику використовуються згорткові шари з ядрами розміру 3×3 , після яких застосовується функція активації ReLU. Для зменшення просторової розмірності та для виділення інформативних ознак після згорткових шарів використовуються шари Max-Pooling із вікном 2×2 . Така структура дозволяє поступово переходити від вихідного двоканального зображення до компактнішого латентного представлення [93, 95, 96].

Декодувальник виконує зворотне перетворення. Для цього застосовуються шари UpSampling, після яких ідуть згорткові шари, що уточнюють відновлену структуру карт ознак. Фінальний шар формує одноканальне вихідне зображення з інтенсивностями, нормованими в діапазоні $[0, 1]$.

Деталізовану конфігурацію архітектури наведено в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1. Структура та параметри шарів згорткового автокодувальника (CAE).

Шар (функція активації)	Розмір вікна	Кількість каналів	Вихідний розмір
Вхідний шар	—	2	(512, 512, 2)
Convolutional Layer (ReLU)	3×3	32	(512, 512, 32)
Max-Pooling Layer	2×2	—	(256, 256, 32)
Convolutional Layer (ReLU)	3×3	64	(256, 256, 64)
Max-Pooling Layer	2×2	—	(128, 128, 64)
Convolutional Layer (ReLU)	3×3	64	(128, 128, 64)
Max-Pooling Layer	2×2	—	(64, 64, 64)
Convolutional Layer (ReLU)	3×3	64	(64, 64, 64)
UpSampling Layer	2×2	—	(128, 128, 64)
Convolutional Layer (ReLU)	3×3	64	(128, 128, 64)
UpSampling Layer	2×2	—	(256, 256, 64)
Convolutional Layer (ReLU)	3×3	32	(256, 256, 32)
UpSampling Layer	2×2	—	(512, 512, 32)
Convolutional Layer (Sigmoid)	3×3	1	(512, 512, 1)

На відміну від розділу 2, де аналіз проводився на авторських МРТ-зображеннях та їх локальних фрагментах, у цьому розділі використано відкриту базу МРТ-зображень, попередньо приведених до розміру 512×512 пікселів. Така уніфікація розмірності була необхідною для подальшого навчання згорткового автокодувальника та формування двоканального вхідного тензора.

3.2.2 Логіка обробки ознак у гібридній моделі

Ключовою особливістю запропонованого підходу є те, що автокодувальник працює не лише з початковим зашумленим зображенням, а з комбінованим двоканальним поданням. Це означає, що мережа отримує:

- вихідну просторову інформацію, в якій збережено всі локальні деталі та шумові спотворення;
- результат попередньої спектральної фільтрації, в якому шумова складова вже частково послаблена.

Даний підхід є особливо доцільним в умовах обмеженої навчальної вибірки, коли нейромережа сама по собі може виявитися нестійкою або схильною до перенавчання [44, 45, 92].

3.2.3 Функція втрат та оптимізація навчання

Навчання мережі спрямоване на мінімізацію розбіжності між реконструйованим зображенням $\hat{x}$ та еталонним зображенням x . Як функцію втрат у даній роботі використовується середньоквадратична помилка (MSE):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} (x(m, n) - \hat{x}(m, n))^2 \quad (3.5)$$

Вибір MSE зумовлений тим, що ця функція втрат безпосередньо орієнтує модель на зменшення середньої квадратичної похибки реконструкції, тобто на відновлення близького до еталона зображення.

Для оптимізації параметрів мережі використовується алгоритм Adam, який є одним із найбільш поширених адаптивних методів градієнтного навчання завдяки автоматичному коригуванню кроків оновлення параметрів [94]. В контексті даної роботи його використання є доцільним, оскільки модель навчається на порівняно малій вибірці та потребує стабільної збіжності без ручного налаштування процедури оптимізації.

В результаті, структура згорткового автокодувальника поєднує компактне латентне представлення, двоканальне гібридне подання вхідних даних та спрощену процедуру навчання. Це робить її потенційно придатною для задачі знешумлення МРТ-зображень в умовах обмеженого обсягу навчальних даних.

3.3 Експериментальні дослідження на обмежених вибірках МРТ-даних

Практична значущість методу знешумлення в медичній візуалізації визначається не лише статистичними показниками, а й здатністю зберігати діагностично важливі патологічні структури. В даному підрозділі представлено результати апробації гібридного методу автокодувальник-періодограма на спеціалізованому наборі МРТ-даних, що моделює умови обмеженого обсягу навчальної інформації та підвищеного рівня шумових артефактів.

3.3.1 Характеристика набору даних та моделювання патології

Для проведення експерименту було використано відкритий набір МРТ-зображень головного мозку з ознаками розсіяного склерозу [75]. Вибір цієї патології зумовлений наявністю множинних вогнищевих змін у білій речовині, які на T2-зважених зображеннях зазвичай візуалізуються як гіперінтенсивні ураження округлої або овальної форми.

Для подальшої обробки зображення були приведені до растрового формату розміром 512×512 пікселів. Оскільки вихідні скани не мали помітних шумових спотворень, для формування контрольованих умов деградації до них було додано адитивний білий гауссівський шум:

$$y(m, n) = x(m, n) + n(m, n), \quad n \sim N(0, \sigma^2) \quad (3.6)$$

У межах даного дослідження така модель розглядалася як спрощене наближення випадкового шумового впливу. Параметр σ підбирався таким чином, щоб патологічні вогнища розсіяного склерозу ставали суттєво менш помітними на фоні навколишніх тканин (Рис. 3.2, контури вогнищ розсіяного склерозу обведено червоним).

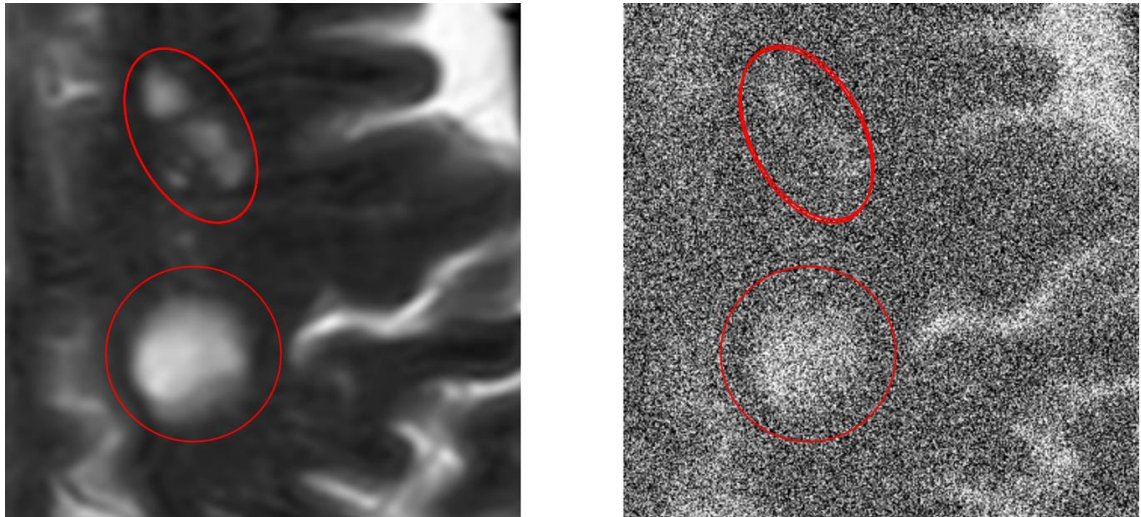


Рис. 3.2. Оригінальне зображення (ліворуч), зображення після додавання шуму Гаусса (праворуч).

3.3.2 Сценарії навчання на надмалих вибірках

Важливою аргументацією до застосування попередньої періодограмної обробки, як одного з входів автокодувальника, було оцінювання стійкості методу до зменшення обсягу навчальної вибірки. З огляду на те, що в медичній візуалізації доступ до великих анотованих наборів даних часто є обмеженим, було сформовано три сценарії навчання:

- надмала вибірка — 10 зображень;
- обмежена вибірка — 20 зображень;
- базова вибірка для порівняння — 50 зображень.

Кожна модель CAE проходила навчання протягом 50 епох із використанням функції втрат MSE та оптимізатора Adam. Гібридна модель отримувала на вхід двоканальне подання, що включало початкове зашумлене зображення $y(t, n)$ та реконструйоване після періодограмної обробки зображення $\hat{x}(t, n)$, сформоване на основі згладженої спектральної оцінки.

3.3.3 Візуальний аналіз та порівняння результатів реконструкції

Для оцінки візуальної якості реконструкції було проведено порівняння результатів роботи окремого автокодувальника та запропонованого гібридного методу (автокодувальник та періодограма). Результати для сценарію навчання на вибірці з 10 зображень наведено на рисунку 3.3.

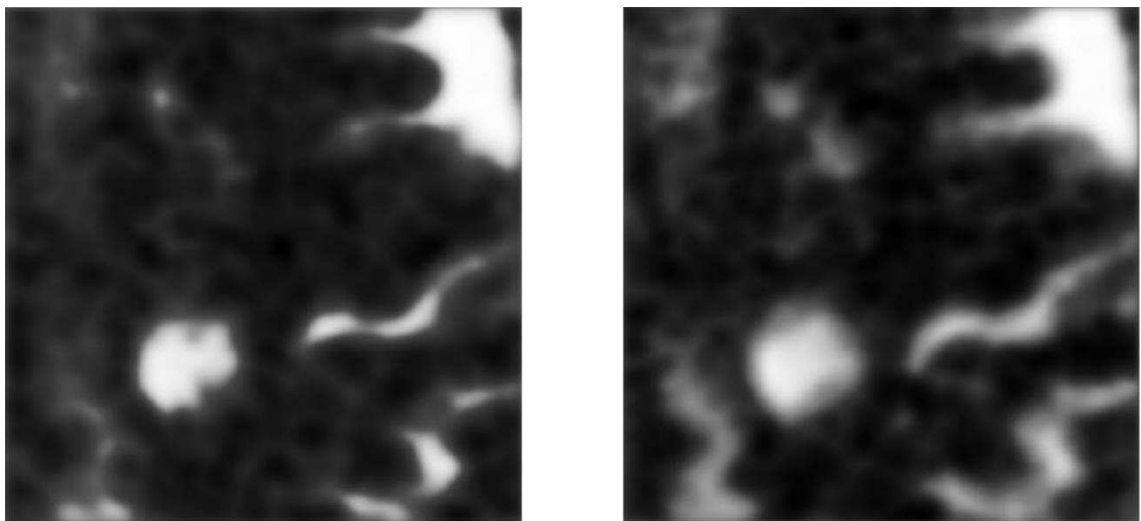


Рис. 3.3. Результати реконструкції з використанням окремого автокодувальника (ліворуч) та гібридного методу (праворуч).

Детальний аналіз зон інтересу (ROI), що містять патологічні осередки, показав візуальні переваги гібридного підходу. Як видно зі збільшених фрагментів (Рис. 3.4), стандартний автокодувальник в умовах дефіциту навчальних даних не забезпечує достатнього пригнічення шумової складової, унаслідок чого спостерігається часткове розмиття контурів вогнищ.

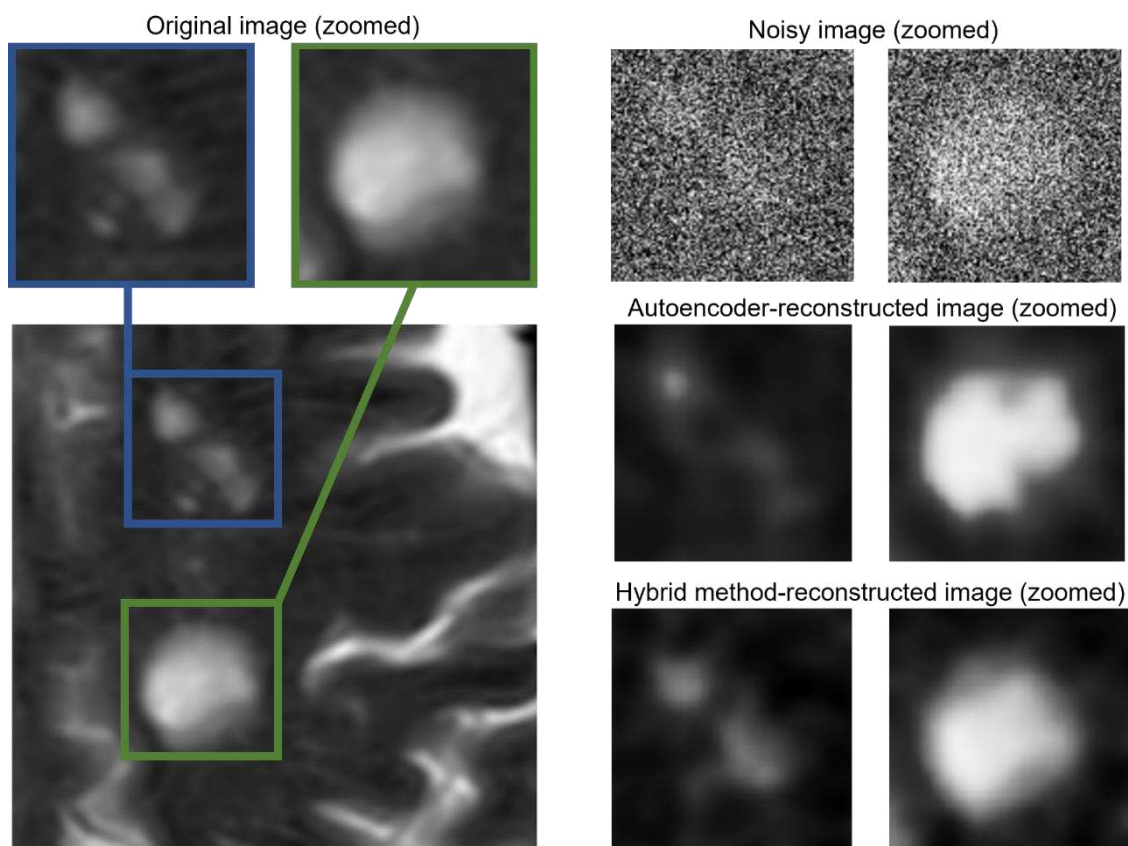


Рис. 3.4. Візуальне порівняння результатів для вибірки з 10 зображень. Ліворуч – оригінальне МРТ-зображення з двома збільшеними патологічними ділянками. Праворуч – відповідні збільшені фрагменти: зображення після додавання шуму, після реконструкції окремим автокодувальником та після реконструкції гібридним методом.

Візуальний аналіз реконструйованих ділянок дає змогу зробити такі висновки.

Для ділянок із малими патологічними осередками (синій квадрат) гібридний метод забезпечує краще збереження морфологічної структури вогнищ. Це можна пояснити тим, що після попередньої періодограмної обробки автокодувальник отримує менш зашумлене спектральне подання сигналу і, відповідно, може ефективніше відновлювати дані. Для контурів більших вогнищ (зелений квадрат) також спостерігається вища чіткість меж між патологічними та нормальними ділянками.

Таким чином, інтеграція непараметричного періодограмного аналізу в архітектуру згорткового автокодувальника може розглядатися як додатковий механізм стабілізації вхідних даних в умовах малої вибірки.

3.4 Експериментальні дослідження на більших вибірках МРТ-даних

Дослідження ефективності гібридного методу при збільшенні обсягу навчальної вибірки до 20, і в подальшому до 50 зображень, мало на меті оцінити, як змінюється роль попередньої періодограмної обробки за умов, коли автокодувальник отримує більше навчальних прикладів. На відміну від сценарію з надмалими вибірками, у цьому випадку нейронна мережа має більше можливостей для самостійного навчання задачі зменшення шуму.

У межах даного дослідження вибірка з 50 зображень розглядається як найбільша доступна навчальна вибірка, а не як універсально достатній обсяг даних для задач глибокого навчання. Водночас саме вона дозволяє простежити, наскільки зберігається перевага гібридного підходу порівняно з окремим автокодувальником при зменшенні ефекту дефіциту даних.

Слід зазначити, що експерименти на проміжній вибірці з 20 зображень також проводилися, а їх результати наведені в узагальненій таблиці цього підрозділу (таблиця 3.2). Хоча детальний опис цього проміжного сценарію не подається окремо, він є важливим для інтерпретації загальної тенденції: зі збільшенням обсягу навчальної вибірки самостійний внесок попередньої періодограмної обробки стає менш помітним.

3.4.1 Візуальний аналіз та порівняння результатів реконструкції

На рис. 3.5 представлено результати реконструкції МРТ-зображення пацієнта з розсіяним склерозом при використанні найбільшої дослідженої вибірки з 50 зображень. Візуальне порівняння виконувалося між еталонним зображенням $x(t, n)$, зашумленим зображенням $y(t, n)$, результатом реконструкції окремим автокодувальником та результатом реконструкції гібридним методом.

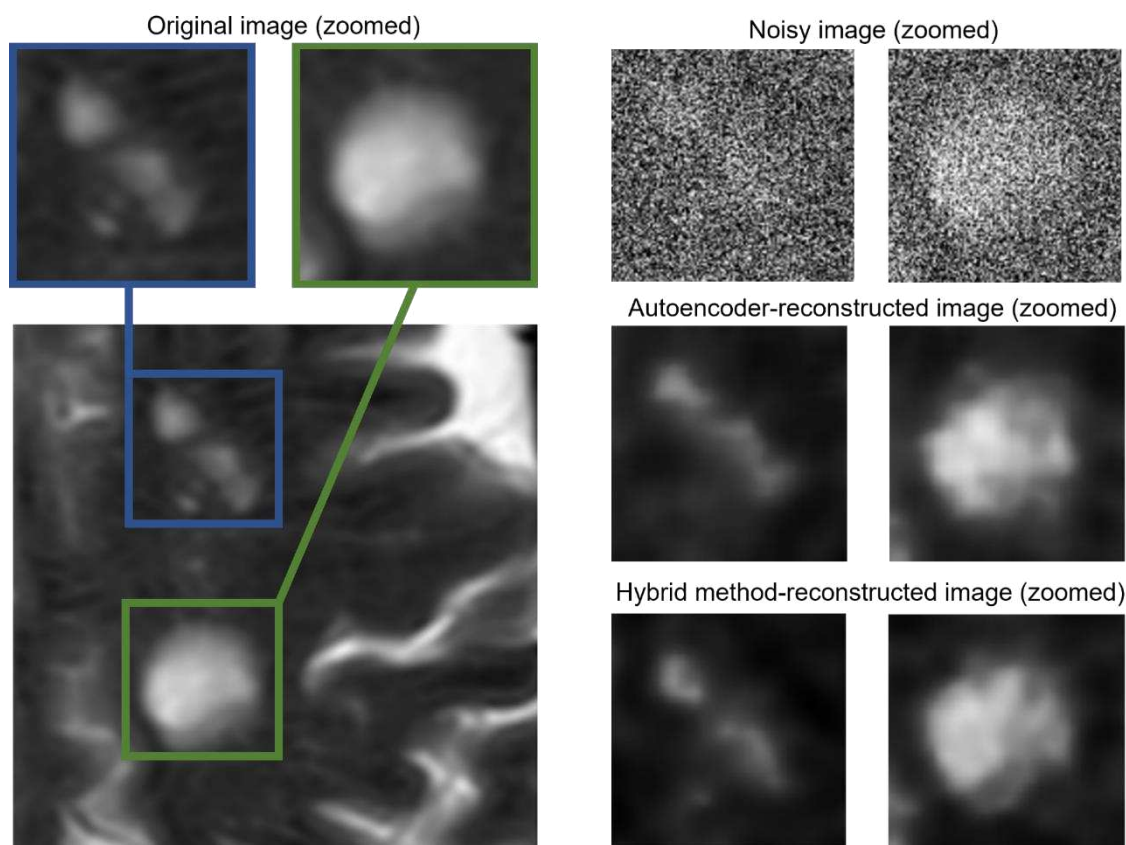


Рис. 3.5. Візуальне порівняння результатів реконструкції для вибірки з 50 зображень. Ліворуч – оригінальне МРТ-зображення з двома збільшеними патологічними ділянками. Праворуч – відповідні збільшені фрагменти після додавання шуму, після реконструкції окремим автокодувальником та після реконструкції гібридним методом.

Огляд ділянок, що містять патологічні осередки, дає змогу побачити, що при $N = 50$ візуальна різниця між двома підходами стає менш вираженою, ніж у сценарії з 10 зображеннями. Обидва методи забезпечують задовільне пригнічення шуму та відновлення основних меж патологічних вогнищ. Це

свідчить про те, що за більшого обсягу навчальних даних окремий автокодувальник вже значно краще виконує задачу реконструкції. Разом із тим результати не означають повної еквівалентності двох підходів. Вони лише демонструють, що в умовах збільшення обсягу навчальної вибірки різниця між ними зменшується, а перевага гібридної схеми вже не є настільки візуально очевидною, як у режимі надмалої вибірки.

3.4.2 Кількісний аналіз результатів та ефективність методів

Кількісні показники для проміжної та найбільшої дослідженої вибірки наведено в табл. 3.2.

Таблиця 3.2. Метрики SSIM і PSNR для вибірок 20 та 50 зображень.

Набір даних	Окремий автокодувальник		Гібридний метод	
	SSIM	PSNR, dB	SSIM	PSNR, dB
Зашумлене зображення	0,01	9,1	0,01	9,1
20 зображень	0,90	25,68	0,92	26,67
50 зображень	0,92	28,59	0,92	27,87

Аналіз таблиці показує, що для вибірки з 20 зображень гібридний метод все ще демонструє кращі результати, ніж окремий автокодувальник: як за SSIM, так і за PSNR. Порівняно зі сценарієм 10 зображень ця перевага вже є менш вираженою, тобто зі збільшенням кількості навчальних прикладів роль періодограмної попередньої обробки поступово зменшується.

Для вибірки з 50 зображень індекс структурної подібності SSIM для обох методів досягає однакового значення 0.92. Це означає, що за критерієм структурної подібності до еталонного зображення перевага гібридного підходу вже практично зникає. Водночас за показником PSNR окремий автокодувальник навіть дещо перевищує гібридну схему (28.59 дБ проти 27.87 дБ). Отже, за більшого обсягу даних мережа здатна самостійно навчатися ефективнішому шумопригніченню без обов'язкового попереднього спектрального згладжування.

3.4.3 Висновки щодо вибору стратегії реконструкції

Проведений аналіз дозволяє сформулювати такі висновки щодо доцільності використання розглянутих стратегій реконструкції.

1. Гібридний підхід є виправданим у ситуаціях вираженого дефіциту навчальних даних, коли нейронна мережа ще не має достатньої кількості прикладів для самостійного відновлення патологічних структур. У такому режимі попередня періодограмна обробка виконує роль додаткової спектральної стабілізації вхідних даних і підвищує якість реконструкції.

2. При переході до проміжної вибірки з 20 зображень перевага гібридної схеми ще зберігається, але вже є менш вираженою. Цей результат підтверджує загальну тенденцію: зі збільшенням обсягу навчальних даних роль періодограмного входу поступово зменшується. Тому попередня обробка найбільш корисна насамперед у сценарії надмалої вибірки.

3. За наявності більшої та репрезентативнішої вибірки окремий згортковий автокодувальник стає конкурентним щодо гібридного методу. Для найбільшої дослідженої вибірки з 50 зображень значення SSIM для обох методів збігаються, а за PSNR окремий автокодувальник навіть демонструє дещо кращий результат.

Таким чином, результати на вибірках 20 і 50 зображень не заперечують ефективність гібридного підходу, а, навпаки, точніше окреслюють його реальну область застосування. Наукова новизна і практична доцільність запропонованої схеми зосереджені насамперед у задачах реконструкції обмежених медичних вибірок, де класичний автокодувальник ще не здатен самостійно виконати задачу усунення шумових артефактів. Саме в цьому режимі інтеграція непараметричного спектрального модуля з автокодувальником дає найбільш помітний ефект.

3.5 Порівняльний аналіз гібридного методу

Для оцінювання наукової та практичної цінності запропонованого гібридного підходу на основі періодограми Деніелла та згорткового

автокодувальника було проведено його порівняння з кількома поширеними методами знешумлення МРТ-зображень. Такими методами було обрано Non-Local Means (NLM), BM3D та DnCNN, які представляють три різні парадигми обробки зображень: просторове усереднення на основі самоподібності, фільтрацію у трансформованій області та глибоке резидуальне навчання відповідно [38, 41, 78].

3.5.1 Теоретичні засади обраних методів

Метод NLM базується на припущенні про повторюваність локальних структур у зображенні (детальніший опис подано в розділі 1). Оцінка інтенсивності пікселя формується як зважене середнє значень у межах області пошуку, причому ваги залежать від подібності локальних патчів [77, 78].

Метод BM3D реалізує групування подібних блоків та їх спільну фільтрацію у трансформованій області [38]. Його сильною стороною є поєднання ефективного шумозаглушення зі збереженням структури.

Модель DnCNN представляє клас методів резидуального навчання, у яких мережа навчається не безпосередньо відновлювати чисте зображення, а оцінювати шумову складову, що віднімається від вхідного сигналу [41]. Така стратегія добре працює для адитивного білого гауссівського шуму, але її ефективність істотно залежить від відповідності навчальних умов архітектурі та обсягу доступних даних.

3.5.2 Параметризація моделей та налаштування експерименту

Усі алгоритми тестувалися на однакових МРТ-зображеннях, зашумлених відповідно до моделі, прийнятої в попередніх розділах. Детальні налаштування еталонних методів описано у статті здобувача [97]. Для NLM використовувався патч розміром 5×5 пікселів і радіус області пошуку 6 пікселів. Для BM3D використовувався пакет `bm3d` із параметрами за замовчуванням, близькими до вихідної реалізації методу. Для DnCNN застосовувалася стандартна 17-шарова grayscale-модель, реалізована у середовищі TensorFlow/Keras. Для гібридного

методу використовувалися параметри, описані в підрозділі 3.2, зокрема двоканальний вхід $\{y, \hat{x}_{(per)}\}$.

3.5.3 Візуальний аналіз результатів реконструкції та артефактів обробки

Для якісної оцінки алгоритмів було обрано найскладніший сценарій: навчальна вибірка з 10 зображень та високий рівень доданого шуму. На рис. 3.6 наведено порівняння збільшених ділянок зображення, що містять патологічні осередки.

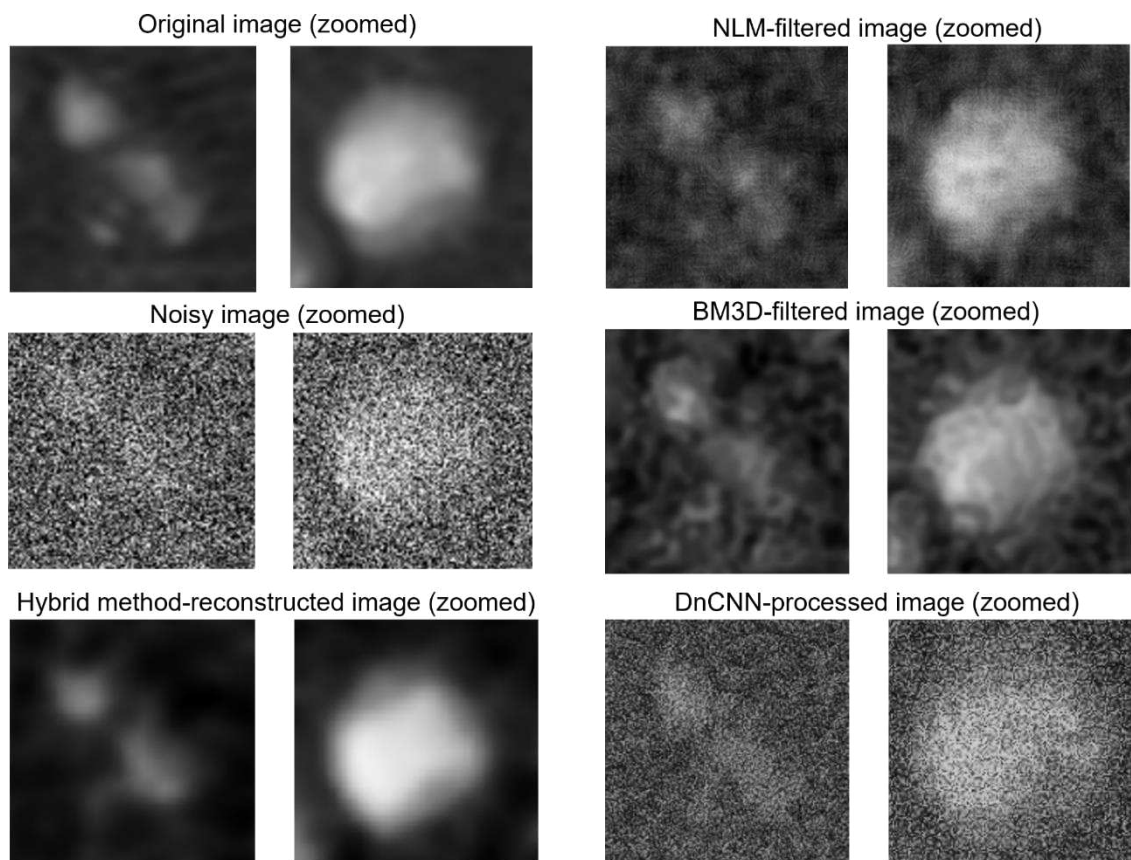


Рис. 3.6. Візуальне порівняння результатів для вибірки з 10 зображень. Ліворуч згори донизу: оригінальне МРТ-зображення, зображення з шумом, результат гібридного методу. Праворуч згори донизу: NLM-відфільтроване зображення, BM3D-відфільтроване зображення, результат DnCNN.

Візуальний аналіз показує, що в умовах надмалої вибірки гібридний метод забезпечує найкращу відповідність еталонному зображенню серед протестованих підходів. Це узгоджується і з кількісними результатами, де для

датасету з 10 зображень гібридний метод досяг $SSIM = 0.89$ та $PSNR = 22.39$ dB, перевищивши як окремо автокодувальник, так і NLM, BM3D та DnCNN.

Для NLM спостерігається помітне пригнічення шумових артефактів, однак це супроводжується втратою частини текстурних деталей і зниженням локального контрасту. BM3D демонструє кращий компроміс між збереженням деталей і шумозаглушенням, але на окремих межах структур так само спостерігаються локальні спотворення та ознаки надмірного згладжування. Найменш переконливий результат у цьому сценарії продемонструвала DnCNN, через занадто обмежений обсяг навчальних даних для цієї моделі, і використання стандартної архітектури без спеціального переналаштування під конкретну задачу.

Таким чином, у режимі надмалої вибірки гібридний підхід виявляється більш стійким за інші класичні методи та здатен краще відтворювати морфологію патологічних ділянок. Це підтверджує, що попередня спектральна обробка може відігравати суттєву роль саме в режимі надмалої кількості даних, коли можливості глибоких моделей до узагальнення є обмеженими. Також можна зробити висновок, що зі збільшенням розміру датасету самостійний внесок періодограми стає менш вираженим.

3.5.4 Кількісне порівняння та аналіз метрик ефективності

Об'єктивізація результатів виконувалася за допомогою метрик структурної подібності (SSIM) та пікового відношення сигналу до шуму (PSNR). Узагальнені результати для сценарію з навчальною вибіркою обсягом 10 зображень наведено в табл. 3.4.

Таблиця 3.4. Значення метрик SSIM і PSNR для різних методів зменшення шуму (навчальна вибірка $N=10$).

Метод	SSIM	PSNR (dB)
Зашумлене зображення	0,01	9,1
Окремий автокодувальник	0,85	19,36
Гібридний метод	0,89	22,39

NLM	0,59	22,07
BM3D	0,79	19,51
DnCNN	0,04	13,39

Аналіз результатів показує, що гібридний метод продемонстрував найкращі показники за обома метриками серед усіх розглянутих підходів. Значення $SSIM = 0,89$ вказує на найвищу структурну подібність реконструйованого зображення до еталонного, а $PSNR = 22,39$ дБ – на найменшу середньоквадратичну похибку в межах проведеного порівняння. Це підтверджує доцільність поєднання попередньої періодограмної обробки зі згортковим автокодувальником в умовах надмалої вибірки.

Алгоритм NLM продемонстрував досить високий рівень шумопригнічення, що відображено значенням $PSNR = 22.07$ дБ, близьким до результату гібридного методу (22.39 дБ). Це свідчить про те, що NLM може виступати конкурентоспроможним методом для задач знешумлення МРТ-зображень. Водночас у даному експерименті його $SSIM = 0.59$ виявився істотно нижчим, що вказує на втрату частини структурної інформації внаслідок згладжування.

Метод BM3D продемонстрував проміжний результат: він перевищує окремий автокодувальник за $PSNR$ (19,51 дБ проти 19,36 дБ), але поступається йому за $SSIM$ (0,79 проти 0,85). Отже, BM3D забезпечує компроміс між шумозаглушенням і деталізацією, однак в сценарії надмалої вибірки не досягає рівня якості гібридного підходу.

Гібридний підхід забезпечив найвищі показники за обома метриками ($SSIM=0.89$, $PSNR=22.39$ дБ).

3.5.5 Статистична верифікація результатів

Для додаткової перевірки достовірності отриманих результатів було проведено парний t-тест для значень $SSIM$. Для кожного методу виконувалося по 5 незалежних запусків навчання. Результати порівняння гібридного підходу з альтернативними методами наведено в табл. 3.5.

Таблиця 3.5. Результати парного t-тесту на основі значень SSIM.

Порівняння	p-value	Значущість ($p < 0.05$)
Гібридний метод vs. Окремий автокодувальник	0.0367	так
Hybrid vs. NLM	<0.0001	так
Hybrid vs. BM3D	<0.0001	так
Hybrid vs. DnCNN	<0.0001	так

Отримане значення $p = 0.0367$ при порівнянні гібридного методу з окремим автокодувальником дає підстави зробити висновок про статистично значущу різницю на користь гібридного підходу в межах проведеного експерименту.

Значення $p < 0.0001$ при порівнянні з методами NLM, BM3D та DnCNN також вказують на статистично значущу різницю між результатами. За прийнятим критерієм оцінки гібридний підхід продемонстрував найкращу якість реконструкції в умовах надмалого обсягу навчальних даних. Водночас ці результати слід інтерпретувати саме в межах експериментального контексту, тобто для конкретного набору даних, рівня шуму та кількості незалежних запусків.

3.6 Висновки до розділу 3

У третьому розділі дисертаційної роботи розроблено та досліджено гібридний метод реконструкції МРТ-зображень, який поєднує непараметричну спектральну попередню обробку на основі періодограми Деніелла зі згортковим автокодувальником. Запропонована схема передбачає використання результату періодограмної фільтрації як додаткового каналу вхідних даних для нейронної мережі, що дозволяє сформувати більш інформативне подання сигналу в умовах обмеженого обсягу навчальної вибірки.

Показано, що така попередня спектральна обробка може розглядатися як механізм стабілізації вхідних даних перед подачею до згорткового автокодувальника. Це виявилось особливо корисним у випадку надмалої

навчальної вибірки, де окрема нейронна мережа ще не повністю реалізує можливості узагальнення.

Експериментально підтверджено ефективність запропонованого підходу для сценарію з 10 навчальними зображеннями. В цьому режимі гібридний метод забезпечив найкращі кількісні результати серед усіх розглянутих підходів: SSIM = 0,89 та PSNR = 22,39 дБ, що перевищує показники окремого автокодувальника, а також методів NLM, BM3D і DnCNN. Статистична перевірка за парним t-тестом підтвердила значущість цієї різниці для SSIM ($p < 0.05$).

Встановлено, що зі збільшенням обсягу навчальної вибірки додатковий внесок періодограмної попередньої обробки поступово зменшується. Експерименти на вибірках 20 та 50 зображень показали тенденцію до зближення результатів гібридного підходу й окремого автокодувальника. Для найбільшої дослідженої вибірки в 50 зображень значення SSIM для обох методів вирівнюються на рівні 0.92, що свідчить про зменшення самостійного внеску періодограмного входу за умов більшого обсягу навчальних даних.

Порівняльний аналіз із сучасними алгоритмами знешумлення показав, що в умовах надмалої вибірки гібридний метод перевершує як класичні NLM та BM3D, так і стандартну модель глибокого навчання DnCNN. Метод NLM, попри нижчі значення SSIM у сценарії з $N = 10$, продемонстрував досить високий рівень шумопригнічення за PSNR і тому надалі розглядатиметься як потенційно конкурентоспроможний еталонний підхід при порівнянні з окремою періодограмою та багатовіконним методом (розділ 4).

Таким чином, основна наукова та практична цінність розробленого гібридного підходу полягає в можливості його застосування до обмежених медичних вибірок даних, де класичні нейромережеві моделі є недостатньо ефективними, а попередня непараметрична спектральна обробка дозволяє підвищити якість реконструкції патологічних структур МРТ-зображення. Саме в цьому режимі запропонований метод демонструє найбільш переконливі результати.

РОЗДІЛ 4 БАГАТОВІКОННИЙ СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ У ПРОСТОРОВО-ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ ДЛЯ ЗМЕНШЕННЯ ШУМОВИХ АРТЕФАКТІВ В ЗОБРАЖЕННЯХ МАГНІТНО- РЕЗОНАНСНОЇ ТОМОГРАФІЇ

4.1. Теоретичні засади формування k-простору та стохастична модель шуму в МРТ

Фундаментальна особливість магнітно-резонансної томографії полягає в тому, що під час дослідження реєструється не готове растрове зображення, а масив комплексних сирих даних у k-просторі. Самий k-простір є просторово-частотним поданням МР-сигналу, з якого за допомогою перетворення Фур'є формується кінцеве зображення. При цьому контраст МРТ-зображення визначається не лише розподілом тканинних властивостей, а й параметрами збору даних, імпульсною послідовністю та особливостями реконструкції [1, 8, 9].

Координати в k-просторі (k_x, k_y) задаються градієнтами магнітного поля та часом їх дії в процесі зчитування сигналу. У фізичному сенсі положення точки в k-просторі визначається інтегралом від відповідного градієнта за часом, тому амплітуда і тривалість дії градієнтів зчитування та фазового кодування безпосередньо визначають характер заповнення k-простору [8, 9]. Центральна частина k-простору відповідає низьким просторовим частотам і переважно визначає загальний контраст та плавні зміни інтенсивності, тоді як периферійні області відповідають високим просторовим частотам, пов'язаним із відтворенням дрібномасштабних неоднорідностей та контурів анатомічних структур [8].

Для сирих комплексних даних у k-просторі шум у першому наближенні моделюється як адитивний комплексний білий гауссівський процес. Його основними джерелами є теплові флуктуації в приймальному радіочастотному тракті системи та провідних тканинах пацієнта [9, 75]. Якщо позначити істинний сигнал як $S(k_x, k_y)$, а зареєстрований сигнал як $S_{obs}(k_x, k_y)$, то модель вимірювання описується рівнянням:

$$S_{obs}(k_x, k_y) = S(k_x, k_y) + N(k_x, k_y) \quad (4.1)$$

де $N(k_x, k_y)$ - комплексна випадкова величина, дійсна та уявна складові якої є незалежними, мають нульове середнє та однакову дисперсію. В межах цієї моделі шум вважається спектрально білим, тобто таким, що має приблизно сталу спектральну потужність у межах k-простору [9, 75].

Для типових анатомічних МР-зображень основна частина енергії корисного сигналу зосереджена поблизу центру k-простору, тоді як у високочастотній області амплітуда сигналу, як правило, зменшується. У зв'язку з цим на периферії k-простору відносний внесок шуму зростає, а компоненти, що відповідають за відтворення дрібних структур, стають більш чутливими до шумової складової [1, 8]. Це важливо для задачі шумопригнічення, оскільки просте глобальне згладжування, як в двох попередніх розділах, може призводити до втрати просторової роздільної здатності.

Одним із традиційних способів послаблення небажаних високочастотних компонент є аподизація k-простору за допомогою віконних функцій, зокрема Hann або Hamming. Такі підходи можуть зменшувати артефакти обрізання (truncation artifacts) і частково пригнічувати шумові артефакти, однак водночас розширюють головну пелюстку функції розсіювання точки (Point Spread Function, PSF). У просторовій області це проявляється як розмиття меж, втрата тонких деталей і зниження просторової роздільної здатності [83]. Як вже зазначалося в попередніх розділах, класичне одновіконне згладжування в k-просторі пов'язане з компромісом між шумопригніченням і точністю відтворення структур зображення.

Послаблення впливу цього компромісу обґрунтовує застосування багатовіконного спектрального аналізу, в якому оцінка спектральної потужності формується не за одним вікном, а шляхом усереднення кількох ортогональних віконних функцій (tapers). Такий підхід дає змогу зменшити дисперсію спектральної оцінки з меншим погіршенням просторово-частотної роздільної здатності, порівняно з одновіконною аподизацією. Тобто багатовіконний аналіз

є логічним продовженням наведеної в попередніх розділах теорії спектральної обробки і попередніх результатів одновіконної періодограми.

4.2. Математична модель багатовіконного спектрального оцінювання

Для компромісу між зменшенням дисперсії спектральної оцінки та збереженням спектральної роздільної здатності в роботі використано багатовіконний спектральний аналіз у формулюванні Thomson [65]. На відміну від класичної одновіконної періодограми, цей підхід передбачає побудову кількох спектральних оцінок, отриманих із застосуванням взаємно ортогональних віконних функцій, з подальшим їх усередненням. Завдяки цьому зменшується дисперсія оцінки та послаблюється спектральний витік [84].

В роботі в якості віконних функцій використано дискретні пролатні сфероїдальні послідовності (Discrete Prolate Spheroidal Sequences, DPSS), або послідовності Слєпіана. Їхня ключова властивість полягає у високій концентрації спектральної енергії в заданій частотній смузі [85]. Такий вибір узгоджується з класичною теорією багатовіконного спектрального оцінювання та реалізований здобувачем в статті щодо зменшення шуму МРТ-даних у k -просторі [7].

4.2.1. Обмеження класичних методів періодограм та концепція ортогональних вікон

Нехай $x[n], n = 0, \dots, N - 1$ – дискретний сигнал довжиною N , з інтервалом Δt . Класична періодограма Шустера визначається як квадрат модуля скінченного перетворення Фур'є:

$$\hat{S}_p(f) = \frac{\Delta t}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-i2\pi f n \Delta t} \right|^2 \quad (4.2)$$

Ця оцінка є простою у реалізації, проте має два фундаментальні недоліки:

- чутливість до спектрального витоку, що виникає через скінченну довжину вибірки;

- дисперсія оцінки не прямує до нуля зі зростанням N , тобто періодограма є неузгодженою оцінкою спектральної густини потужності [65, 84].

Якщо використовувати одне вікно $w[n]$, одержуємо одновіконну оцінку:

$$\hat{S}^{(1)}(f) = \Delta t \left| \sum_{n=0}^{N-1} w[n]x[n]e^{-i2\pi n f \Delta t} \right|^2 \quad (4.3)$$

Хоча застосування одного вікна дає змогу частково зменшити спектральний витік, це не усуває проблеми високої дисперсії.

Ідея багатовіконного методу полягає в тому, щоб замість одного вікна застосувати набір ортогональних віконних функцій $\{w^{(l)}[n]\}_{l=0}^{L-1}$, кожна з яких формує окрему спектральну оцінку. Усереднення цих оцінок зменшує варіативність підсумкового спектра. При цьому відповідні спектри, отримані за допомогою ортогональних вікон, слід розглядати як некорельовані, а не строго незалежні. Тому зменшення дисперсії має наближений характер і залежить від кількості використаних вікон та властивостей аналізованого сигналу [84].

4.2.2. Дискретні пролатні сфероїдальні послідовності (DPSS)

Ключовим елементом багатовіконного методу є вибір віконної функції. В даній роботі використовуються дискретні пролатні сфероїдальні послідовності (DPSS), також відомі як послідовності Слєпіана. Вони визначаються як послідовності скінченної довжини, спектральна енергія яких максимально зосереджена в заданій частотній смузі $[-W, W]$ [85]. Саме ця властивість робить DPSS зручним базисом для багатовіконного спектрального оцінювання, оскільки такі вікна одночасно мають обмежену довжину в часовій або просторовій області та задовільну локалізацію в частотній області [85].

Нехай $v^{(l)}[n]$ - l -та DPSS послідовність довжини N , якій відповідає власне число λ_l . В даному випадку λ_l характеризує частку енергії цієї послідовності, зосереджену в заданій частотній смузі. Тому послідовності з найбільшими значеннями λ_l , близькими до одиниці, мають найкращу спектральну концентрацію і є найбільш придатними для побудови часткових спектральних

оцінок. Для заданого параметра час–смуга (time-bandwidth, TW) кількість практично корисних вікон зазвичай вибирається за правилом Thomson:

$$L \leq 2TW - 1 \quad (4.4)$$

Для кожного вікна формується часткова спектральна оцінка:

$$\hat{S}^{(l)}(f) = \Delta t \left| \sum_{n=0}^{N-1} v^{(l)}[n]x[n]e^{-i2\pi n f \Delta t} \right|^2, \quad l = 0, \dots, L-1 \quad (4.5)$$

Тоді багатовіконна оцінка спектральної густини потужності формується шляхом усереднення часткових спектральних оцінок, отриманих для окремих вікон:

$$\hat{S}_{mt}(f) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \hat{S}^{(l)}(f) \quad (4.6)$$

В даній роботі використовується рівновагове усереднення, за якого всі часткові оцінки мають однакову вагу. Такий варіант є методично простим, не потребує додаткового оцінювання вагових коефіцієнтів і узагальнюється на двовимірний випадок.

4.2.3. Двовимірна багатовіконна оцінка спектральної густини потужності сигналу

Оскільки в задачі МРТ обробляються двовимірні просторові дані, багатовіконний підхід було узагальнено на випадок двовимірного комплексного зображення. Нехай

$$s[n_x, n_y], \quad n_x = 0, \dots, N_x - 1, \quad n_y = 0, \dots, N_y - 1$$

- комплексне MR-зображення, сформоване з амплітудної та фазової інформації, а $\Delta x, \Delta y$ - кроки дискретизації вздовж двох просторових координат [7].

Для побудови двовимірних віконних функцій використовується роздільна конструкція, за якої двовимірне вікно формується як зовнішній добуток двох одновимірних DPSS-послідовностей:

$$w^{(l_x, l_y)}[n_x, n_y] = v_{N_x}^{(l_x)}[n_x]v_{N_y}^{(l_y)}[n_y] \quad (4.7)$$

де $v_{N_x}^{(l_x)}[n_x]$ та $v_{N_y}^{(l_y)}[n_y]$ - DPSS-послідовності для розмірностей N_x та N_y , а $l_x = 0, \dots, L_r - 1$, $l_y = 0, \dots, L_c - 1$.

Якщо одновимірні віконні послідовності нормовані, то відповідні двовимірні вікна також задовольняють умову нормування:

$$\sum_{l=0}^{N_x-1} \sum_{l=1}^{N_y-1} w^{(l_x, l_y)}[n_x, n_y]^2 = 1. \quad (4.8)$$

Часткова двовимірна спектральна оцінка для пари вікон (l_x, l_y) задається як

$$\hat{S}^{(l_x, l_y)}(k_x, k_y) = \Delta x \Delta y \left| \sum_{n_x=0}^{N_x-1} \sum_{n_y=0}^{N_y-1} s[n_x, n_y] w^{(l_x, l_y)}[n_x, n_y] e^{-i(k_x n_x \Delta x + k_y n_y \Delta y)} \right|^2 \quad (4.9)$$

В цьому записі k_x, k_y є просторовими частотами, заданими відповідно до фізичної системи координат k-простору [7]. Подальше усереднення за всіма комбінаціями вікон дає двовимірну багатовіконну оцінку спектральної густини потужності:

$$\widehat{S}_{mt}^{2D}(k_x, k_y) = \frac{1}{L_{total}} \sum_{l_x=0}^{L_r-1} \sum_{l_y=0}^{L_c-1} \hat{S}^{(l_x, l_y)}(k_x, k_y) \quad (4.10)$$

де $L_{total} = L_r L_c$.

Отже, двовимірна багатовіконна оцінка є середнім арифметичним набору часткових двовимірних спектральних оцінок, отриманих із використанням DPSS-вікон. Такий підхід дає змогу зменшити варіативність оцінки спектральної густини потужності порівняно з одновіконною періодограмою, зберігаючи при цьому кращий контроль над спектральним витоком. Саме ця оцінка в подальшому використовується як основа для побудови адаптивного спектрального оператора шумопригнічення в k-просторі [7, 84].

4.3. Оператор спектрального стискання на основі фільтра Вінера

Отримання стійкої оцінки спектральної густини потужності $\widehat{S}_{mt}^{2D}$ за допомогою багатовіконного методу є необхідною, але не достатньою умовою для реконструкції зображення. Для практичного знешумлення необхідно побудувати оператор, який на основі оціненого спектра дозволяє ослабити ті компоненти, де внесок шуму є домінуючим, та зберегти ті області k-простору, де переважає корисний сигнал.

Теоретичним підґрунтям для такого оператора є підхід лінійної оптимальної фільтрації Вінера, у якому мінімізується середньоквадратична похибка відновлення сигналу [44, 66]. Водночас у задачі МРТ істинна спектральна густина потужності корисного сигналу є невідомою, тому в даній роботі використовується не класичний фільтр Вінера в строгому сенсі, а Вінер-подібний оператор спектрального стискання, побудований на основі багатовіконної оцінки спектральної потужності та аналітично узгодженого рівня шуму [44, 65, 44].

4.3.1. Вінерівська фільтрація як вихідна теоретична модель

Засади оптимальної фільтрації стаціонарних сигналів на фоні адитивного шуму були закладені Норбертом Вінером [66]. У класичній постановці критерієм оптимальності є мінімізація середньоквадратичної похибки між відновленим сигналом $\hat{s}$ та істинним сигналом s :

$$MSE = E[|s - \hat{s}|^2] \rightarrow \min \quad (4.11)$$

Для стаціонарного сигналу на фоні адитивного шуму у частотній області оптимальний лінійний оператор Вінера має вигляд:

$$W(f) = \frac{P_S(f)}{P_S(f) + P_N(f)} \quad (4.12)$$

де $P_S(f)$ - спектральна густина потужності корисного сигналу, а $P_N(f)$ - спектральна густина потужності шуму [88]. Це співвідношення відображає принцип вибіркового пропускання частотних компонент. Якщо в певній частотній області корисний сигнал переважає шум, коефіцієнт $W(f)$

наближається до одиниці. Якщо ж переважає шум, коефіцієнт зменшується до нуля.

Ця логіка може бути адаптована до контексту МРТ, оскільки енергія корисного сигналу концентрується переважно в центральних областях k -простору, тоді як у периферійних ділянках відносний внесок шуму зростає. Тому підхід, побудований за аналогією з фільтром Вінера (Вінер-подібний підхід), може бути використаний для формування оператора адаптивного пригнічення шуму в просторово-частотній області [9], [44].

4.3.2. Адаптація Вінер-підходу до умов невідомого спектра сигналу

Головна складність прямого застосування формули Вінера в МРТ полягає в тому, що істинна спектральна густина потужності корисного сигналу $P_S(f)$ є невідомою. Доступним є лише спектр, який містить як корисний сигнал, так і шум. За умови адитивності та статистичної некорельованості сигналу і шуму спектральну густина потужності отриманих даних можна наближено подати як:

$$P_{obs}(f) \approx P_S(f) + P_N(f) \quad (4.13)$$

Звідси одержуємо наближену оцінку спектра корисного сигналу:

$$\hat{P}_S(f) = P_{obs}(f) - P_N(f) \quad (4.14)$$

Підставлення цієї оцінки у співвідношення Вінера дає модифікований коефіцієнт:

$$W_{mod}(f) = \frac{P_{obs}(f) - P_N(f)}{P_{obs}(f)} = 1 - \frac{P_N(f)}{P_{obs}(f)} \quad (4.15)$$

Цей вираз не є строго оптимальним фільтром Вінера в класичному сенсі, оскільки замість істинного спектра корисного сигналу використовується його наближена оцінка. Водночас він зберігає основну ідею вінерівської фільтрації: ступінь пригнічення визначається співвідношенням між рівнем шуму та загальною потужністю отриманого сигналу. У цій роботі така форма використовується як основа для побудови оператора спектрального стискання, ефективність якого залежить від стабільності оцінки $P_{obs}(f)$ [84, 86].

4.3.3. Синтез оператора спектрального стискання

В межах даної роботи як оцінка спектральної потужності використовується двовимірна багатовіконна оцінка $\widehat{S}_{mt}^{2D}(k_x, k_y)$, отримана в підрозділі 4.2. Для білого комплексного шуму його спектральна густина потужності вважається сталою величиною, яку в цій роботі позначено як N_0^{mt} , тобто як рівень шуму, узгоджений із використаними DPSS-вікнами [7].

На цій основі синтезується оператор спектрального стискання:

$$G(k_x, k_y) = \max \left\{ 0, 1 - \frac{N_0^{mt}}{\widehat{S}_{mt}^{2D}(k_x, k_y) + \varepsilon} \right\} \quad (4.16)$$

де:

- $\widehat{S}_{mt}^{2D}(k_x, k_y)$ – двовимірна багатовіконна оцінка спектральної густини потужності;
- N_0^{mt} – рівень спектральної потужності шуму;
- ε – мала додатна стала регуляризації для уникнення ділення на нуль;
- $\max\{0, \cdot\}$ – забезпечує невід'ємність коефіцієнта стискання.

У такій формі оператор відповідає логіці фільтра Вінера. У тих областях k -простору, де оцінена спектральна потужність істотно перевищує рівень шуму, коефіцієнт $G(k_x, k_y)$ наближається до одиниці. У ділянках, де спектральна потужність близька до рівня шуму, цей коефіцієнт зменшується до нуля. Таким чином, відбувається плавне пригнічення спектральних компонент, у яких домінує шумова складова.

Особливість запропонованого підходу полягає в тому, що він поєднує ідею вінерівського спектрального стискання з багатовіконною оцінкою спектра. На відміну від стандартної періодограми, багатовіконна оцінка має меншу варіативність, тому карта коефіцієнтів $G(k_x, k_y)$ стає більш гладкою і менш чутливою до випадкових локальних флуктуацій спектра, ніж у випадку використання звичайної періодограми. В практичному сенсі це зменшує ризик

появи небажаних просторових осциляцій, які можуть виникати при надто різкому обрізанні спектральних компонент [83, 84].

4.3.4. Процедура реконструкції комплексного зображення

Після побудови карти коефіцієнтів $G(k_x, k_y)$ реконструкція виконується шляхом корекції спектра в k -просторі. Для цього комплексні дані множаться на оператор спектрального стискання:

$$\tilde{K}(k_x, k_y) = G(k_x, k_y) \cdot S_{obs}(k_x, k_y) \quad (4.17)$$

де $S_{obs}(k_x, k_y)$ – вихідні комплексні дані k -простору, а $\tilde{K}(k_x, k_y)$ – відфільтровані дані.

Оскільки $G(k_x, k_y)$ є дійсною невід’ємною функцією, множення на цей коефіцієнт не змінює фазу комплексного сигналу, а лише масштабує модуль відповідної спектральної компоненти. Для МРТ-реконструкції це має значення, оскільки фазова складова містить просторову інформацію і не повинна змінюватися під час фільтрації.

Після цього виконується обернене двовимірне перетворення Фур’є, яке переводить відфільтровані дані з k -простору назад у просторову область:

$$\tilde{s}(x, y) = F^{-1}\{\tilde{K}(k_x, k_y)\}$$

У результаті отримується реконструйоване комплексне зображення. Надалі з нього можуть бути сформовані амплітудна та фазова складові. Для кількісного аналізу якості знешумлення в межах даного експерименту може використовуватися амплітудне подання реконструйованого зображення.

Запропонований оператор спектрального стискання поєднує три складові: багатовіконну оцінку спектральної густини потужності, оцінений рівень білого шуму та коефіцієнт пригнічення, побудований за аналогією з фільтром Вінера.

4.4. Методологія експериментального дослідження

Експериментальне дослідження проводилося на комплексному зображенні з доданим у k -простір білим комплексним гауссівським шумом із значенням

$SNR = 10$ дБ. Основною метою цього етапу було визначення робочих параметрів багатовіконного методу, а також візуальне порівняння запропонованого методу з альтернативними підходами – окремою періодограмою та NLM. Оцінювання якості виконувалося в межах областей інтересу, що дозволило зменшити вплив фоновому простору. PSNR обчислювався в межах маски мозкової тканини, тоді як FSIM – в області з вираженими градієнтними переходами. Це забезпечує коректніше порівняння методів як за рівнем шумопригнічення, так і за збереженням просторової структури зображення.

4.4.1. Формалізація вхідних даних та попередня обробка

В якості вхідних даних використано пару клінічних МРТ-зображень одного аксіального зрізу – амплітудне та фазове (magnitude та phase), що представлені у форматі DICOM. Зображення були надані здобувачем дисертації.

Обидва зображення мають однакову розмірність $N_x \times N_y$ і розглядаються як взаємно узгоджені амплітудна та фазова складові одного й того самого зрізу.

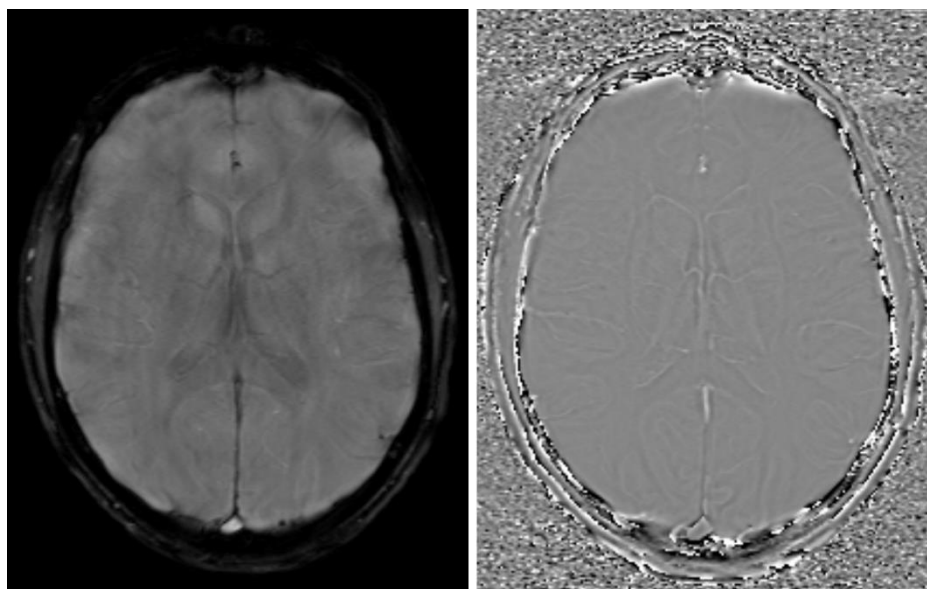


Рис. 4.1 – Амплітудне зображення (ліворуч), фазове зображення (праворуч)

Амплітудне зображення $M[n_x, n_y]$ попередньо нормується до діапазону $[0, 1]$:

$$A[n_x, n_y] = \frac{M[n_x, n_y]}{\max_{(i,j)} M[i, j]} \quad (4.19)$$

Нормалізація приводить інтенсивності зображення до єдиного масштабу, що необхідно для контрольованого додавання шуму та подальшого порівняння результатів реконструкції. Для даного набору даних, де інтенсивність фону близька до нуля, така форма нормалізації є достатньою для чисельного експерименту.

4.4.2. Формування комплексного еталонного зображення

Фазова інформація $P[n_x, n_y]$, що зберігається у DICOM-файлі, для даного набору даних інтерпретується як дискретне кодування фази у діапазоні $[P_{min}, P_{max}]$. Для побудови комплексного зображення ці значення лінійно відображаються у фазовий інтервал $[-\pi, \pi]$.

$$\phi[n_x, n_y] = 2\pi \frac{P[n_x, n_y] - P_{min}}{P_{max} - P_{min}} - \pi \quad (4.20)$$

На основі нормованої амплітуди та відновленої фази формується комплексне еталонне зображення

$$s[n_x, n_y] = A[n_x, n_y] e^{j\phi[n_x, n_y]} \quad (4.21)$$

Його модуль збігається з нормованою амплітудою:

$$|s[n_x, n_y]| = A[n_x, n_y] \quad (4.22)$$

У межах даного дослідження це зображення використовується як еталонне комплексне подання для подальшого переходу до k -простору та контрольованого моделювання шуму. Воно формується на основі доступних амплітудних і фазових даних та не ототожнюється з безпосередньо вимірним сирим сигналом томографа.

4.4.3. Перехід до k -простору та модель шуму

Після формування еталонного комплексного зображення виконується його перетворення до k -простору за допомогою унітарного двовимірного дискретного перетворення Фур'є:

$$S[k_x, k_y] = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_{n_x=0}^{N_x-1} \sum_{n_y=0}^{N_y-1} s[n_x, n_y] e^{-j2\pi \left(\frac{k_x n_x}{N_x} + \frac{k_y n_y}{N_y} \right)} \quad (4.23)$$

У цьому записі k_x та k_y позначають дискретні індекси просторових частот вздовж відповідних напрямів. Використання унітарної нормалізації забезпечує збереження сумарної енергії сигналу при переході між просторовою та частотною областями. Це спрощує контроль потужності сигналу і вибір рівня шуму відповідно до заданого значення SNR [9, 67].

Шум у k -просторі моделюється як адитивний комплексний білий гауссівський процес:

$$S_{obs}[k_x, k_y] = S[k_x, k_y] + N[k_x, k_y] \quad (4.24)$$

де шумова складова має вигляд:

$$N[k_x, k_y] = n_{Re}[k_x, k_y] + j n_{Im}[k_x, k_y] \quad (4.25)$$

а дійсна та уявна складові шуму є незалежними випадковими величинами $n_{Re}, n_{Im} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

4.4.4. Розрахунок рівня шуму для заданого SNR

Для контрольованого чисельного експерименту рівень шуму задається через цільове відношення сигнал/шум у k -просторі:

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{signal}}{P_{noise}} \right) \quad (4.26)$$

Середня потужність корисного сигналу P_{signal} розраховується як:

$$P_{signal} = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{k_x=0}^{N_x-1} \sum_{k_y=0}^{N_y-1} |S[k_x, k_y]|^2 \quad (4.27)$$

Оскільки комплексний шум складається з двох незалежних гауссівських компонент однакової дисперсії, його середня потужність дорівнює:

$$P_{noise} = 2\sigma^2 \quad (4.28)$$

Звідси необхідне стандартне відхилення шуму для заданого значення SNR_{dB} обчислюється за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{P_{signal}}{2 \cdot 10^{\frac{SNR_{dB}}{10}}}} \quad (4.29)$$

В дослідженні для моделювання умов значної шумової деградації використовується значення $SNR_{dB} = 10$ дБ. Обчислене значення σ застосовується для генерації масивів n_{Re} та n_{Im} , які додаються до еталонного k -простору. Це дозволяє коректно порівнювати ефективність багатовіконного методу з іншими методами – окремої періодограми та NLM.

4.5. Результати експериментальних досліджень та порівняльний аналіз з одновіконною періодограмою і методом нелокальних середніх

У цьому підрозділі наведено результати параметричного аналізу багатовіконного методу та його порівняння з одновіконною періодограмою і методом нелокальних середніх. Усі експерименти виконувалися за методологією, описаною в підрозділі 4.4, із використанням комплексного зображення та штучно доданого шуму в k -просторі.

Оцінювання якості проводилося за метриками PSNR та FSIM. Перша метрика використовувалася для кількісної оцінки зменшення похибки реконструкції, друга – для аналізу збереження структурних особливостей зображення.

4.5.1. Аналіз впливу параметрів часово-смугового добутку та кількості вікон на якість реконструкції

Якість реконструкції при застосуванні багатовіконного методу залежить від вибору часово-смугового добутку TW та кількості використаних вікон L . У двовимірному випадку вікна задаються окремо для двох координатних напрямів. Тому загальна кількість двовимірних віконних комбінацій визначається як:

$$L_{total} = L_r L_c \quad (4.30)$$

У межах параметричного аналізу розглядався симетричний випадок, коли кількість вікон уздовж обох напрямів задавалася узгоджено. Пошук робочої конфігурації виконувався для значень у діапазоні $TW \in [2.0, 8.0]$ та $L \in [2, 8]$, з

дотриманням правила Thomson (формула 4.4). Результати залежності метрик якості від параметрів TW та L подано на рис. 4.3 у вигляді карт розподілу значень або теплокарт.

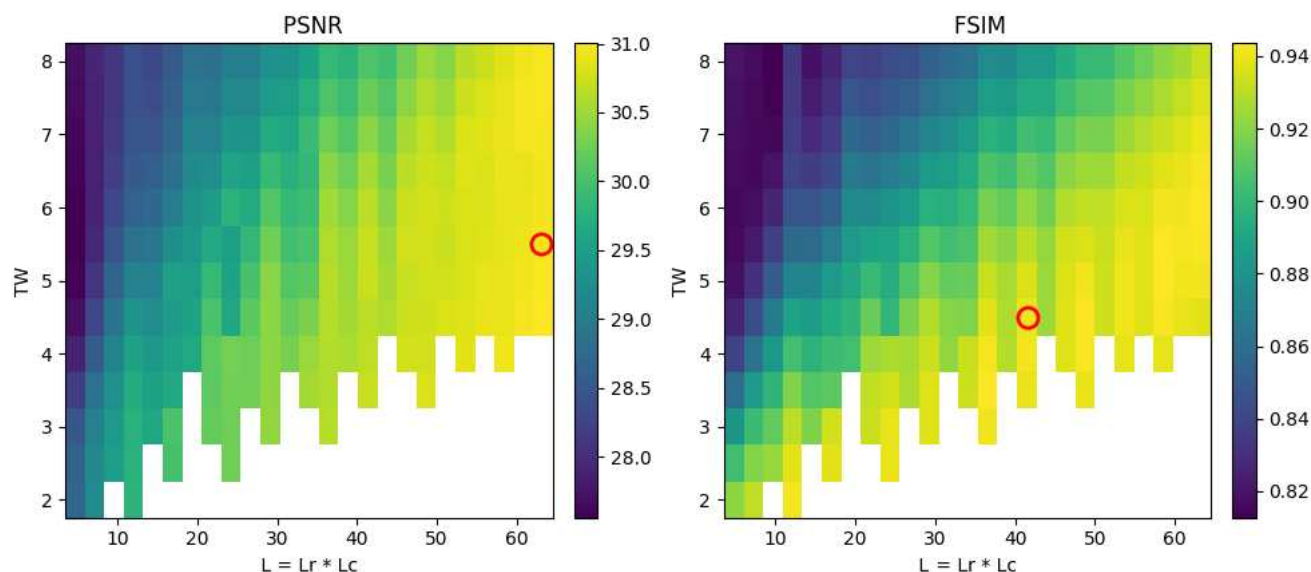


Рис. 4.3. Теплокарти залежності метрик якості від параметрів багатовіконного методу: PSNR – пікове співвідношення сигнал/шум (ліворуч); FSIM – індекс подібності ознак (праворуч). Червоним колом позначено конфігурації, що відповідають максимумам відповідних метрик.

Аналіз отриманих залежностей показує, що PSNR та FSIM по-різному реагують на зміну параметрів багатовіконного методу. Значення PSNR, яке пов'язане із середньоквадратичною похибкою реконструкції, зростає зі збільшенням кількості віконних комбінацій і досягає максимуму приблизно при $TW = 5.5$ та $L = 8$. Це відповідає сильнішому пригніченню шумової складової. Найбільше значення FSIM спостерігається при помірніших параметрах: $TW = 4.5$ та $L = 6$. Це свідчить про те, що надмірне збільшення кількості вікон може зменшувати дисперсію спектральної оцінки, але водночас послаблювати дрібні структурні елементи. Оскільки для медичних зображень важливим є не лише зменшення шуму, а й збереження просторової структури, для подальшого порівняння було обрано параметри, що відповідають найбільшому значенню FSIM: $TW = 4.5$, $L = 6$. Обрана конфігурація забезпечує баланс між пригніченням шумових артефактів і збереженням структурних особливостей зображення.

4.5.2. Кількісне порівняння методів фільтрації

Для оцінювання ефективності розробленого багатовіконного методу було проведено порівняння зі стандартною одновіконною періодограмою та просторовим методом NLM. Усі підходи тестувалися на одній і тій самій реалізації шуму. Кінцеві результати, усереднені за п'ятьма незалежними запусками, наведено в табл. 4.1.

Таблиця 4.1. Порівняння методів зменшення шуму за метриками PSNR та FSIM.

Метод	PSNR	FSIM
Багатовіконний	30.82±0.09	0.94±0.001
Періодограма	26.57±0.07	0.94±0.002
NLM	29.66±0.15	0.96±0.001

Отримані результати показують, що багатовіконний метод суттєво перевершує одновіконну періодограму за метрикою PSNR: різниця становить приблизно 4.25 дБ. При цьому значення FSIM для обох спектральних підходів залишаються практично однаковими.

Порівняно з методом NLM багатовіконний підхід демонструє вище значення PSNR (30.82 дБ проти 29.66 дБ), що відповідає меншій середньоквадратичній похибці реконструкції. Водночас метод NLM має вище значення FSIM (0.96 проти 0.94), тобто краще зберігає локальну структурну подібність зображення за метрикою. Отже, порівняння з NLM не вказує на однозначну перевагу одного методу, а демонструє різний характер їхньої дії: багатовіконний метод ефективніше зменшує похибку реконструкції у прийнятій моделі шуму в k-просторі, тоді як NLM краще використовує просторову самоподібність локальних структур.

Отже, кількісний аналіз підтверджує перевагу багатовіконного методу над одновіконною періодограмою та його конкурентоспроможність порівняно з NLM. Найбільш виражена перевага запропонованого підходу проявляється за метрикою PSNR, тоді як за FSIM кращий результат демонструє NLM.

4.5.3. Візуальний аналіз відновлених зображень

Результати реконструкції наведено на рис. 4.4 – 4.6.

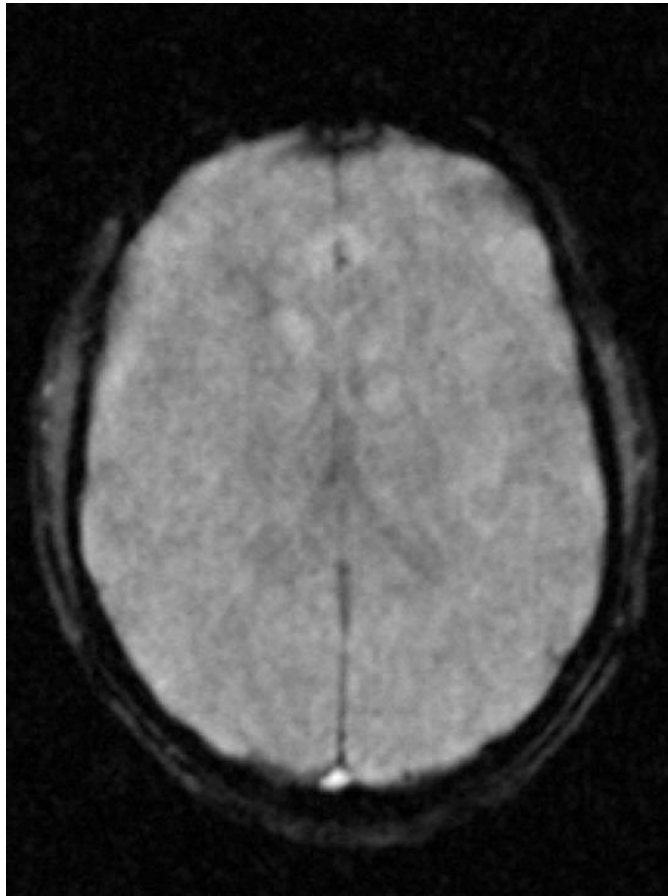


Рис. 4.4. МРТ-зображення після застосування багатовіконного методу (Multitaper).

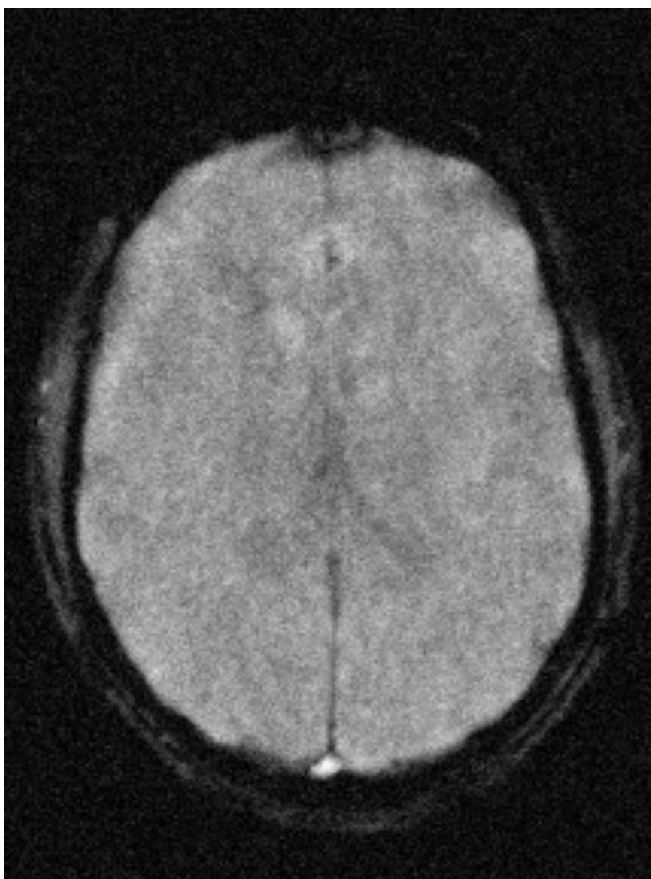


Рис. 4.5. МРТ-зображення після застосування стандартної періодограми (Periodogram).

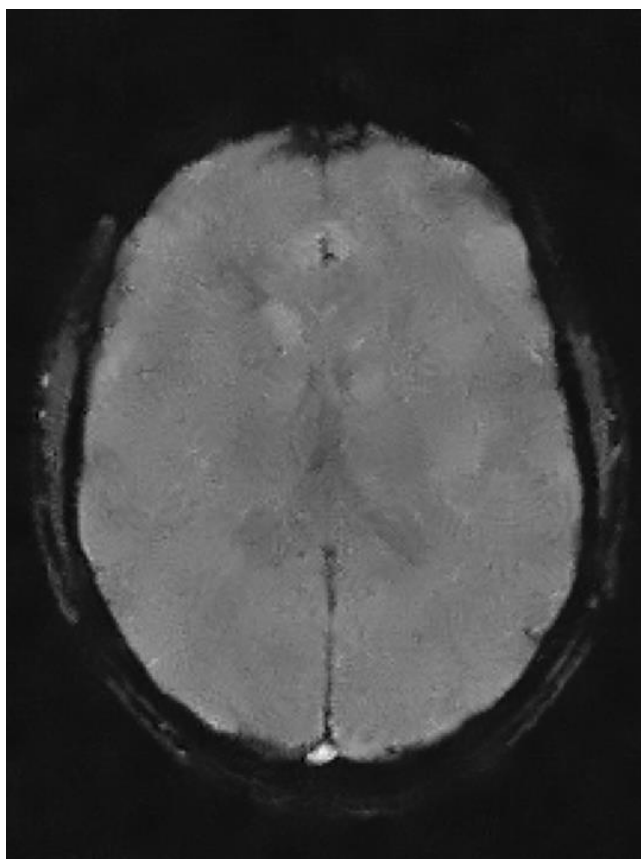


Рис. 4.6. МРТ-зображення після застосування фільтра NLM.

Візуальний аналіз узгоджується з кількісними результатами. Для методу одновіконної періодограми спостерігається помітна залишкова зернистість, що частково повторює результати, отримані в двох попередніх розділах. У випадку багатовіконного методу фонові області є більш однорідними, а основні морфологічні контури збережені без виражених ознак надмірного згладжування. Це узгоджується зі зростанням PSNR за практично незмінного значення FSIM порівняно зі стандартною періодограмою.

Метод NLM формує візуально більш згладжене зображення та добре відтворює локальні структурні особливості, що відповідає його вищому значенню FSIM. Водночас у деяких ділянках така обробка може супроводжуватися спрощенням локальної текстури, що є характерним наслідком сильного просторового згладжування.

Отже, візуальне порівняння не дає підстав однозначно розглядати багатовіконний підхід як найкращий метод за всіма критеріями. Водночас воно підтверджує, що багатовіконний метод суттєво перевершує одновіконну періодограму та залишається конкурентоспроможним порівняно з NLM. Його перевага проявляється насамперед у вищому значенні PSNR та в тому, що обробка виконується безпосередньо в k -просторі, де шум у прийнятій моделі має адитивний комплексний характер.

4.6 Висновки до розділу 4

У роботі запропоновано та досліджено метод зменшення шуму МРТ-зображень у k -просторі, що ґрунтується на двовимірному багатовіконному спектральному оцінюванні. Ефективність методу продемонстровано на реальному МРТ-зображенні головного мозку зі штучно доданим комплексним гауссівським шумом у k -просторі. Реалізований підхід передбачає формування комплексного зображення з даних амплітуди і фази, перехід до k -простору за

допомогою двовимірного швидкого перетворення Фур'є та подальшу двовимірну багатовіконну фільтрацію, що базується на модифікації фільтра Вінера.

В експериментальній частині дослідження використано магнітно-резонансне зображення головного мозку, яке містить складові амплітуди і фази. Кількісні результати демонструють, що розроблений багатовіконний метод забезпечує вище значення PSNR, ніж стандартна періодограма та фільтр NLM. Значення метрики FSIM для всіх досліджуваних методів лежать у межах 0,94–0,96, тобто є близькими до одиниці, що підтверджує високий рівень збереження структурної подібності відновлених зображень відносно оригіналу.

Порівняльний аналіз показав, що візуальна якість зображень після обробки запропонованим методом є співмірною з результатами роботи фільтра NLM. При цьому важливою перевагою розробленого методу є те, що він, на відміну від NLM, працює безпосередньо у k -просторі – тобто на етапі, де шум є фізично адитивним і стаціонарним. Це дозволяє зменшувати шумові артефакти ще до етапу формування амплітудного зображення, уникаючи спотворень статистики шуму.

Отримані результати свідчать, що двовимірний багатовіконний спектральний аналіз є ефективною основою для зменшення шумових артефактів у комплексних МРТ-даних у просторово-частотній області. Перспективними напрямками подальшого розвитку запропонованого підходу є його адаптація для роботи з виділеними областями інтересу (ROI) та інтеграція в гібридні схеми реконструкції для підвищення діагностичної цінності медичних зображень.

ВИСНОВКИ

Проведено аналіз методів обробки та відновлення даних у магнітно-резонансній томографії. Задачу зменшення шумових артефактів розглянуто як обернену задачу оцінювання корисної складової МРТ-сигналу за даними, спотвореними шумом. Обґрунтовано використання спектрального аналізу для відновлення МРТ-даних з урахуванням їх комплексного подання та особливостей шуму в k -просторі.

Розв'язано задачу зменшення шумових артефактів у магнітно-резонансних даних на основі методів непараметричного спектрального аналізу. Досліджено періодограмний підхід, його поєднання з алгоритмом глибокого навчання, а також розроблено багатовіконний спектральний метод для обробки комплексних МРТ-даних в k -просторі.

Продemonстровано, що періодограмний підхід оцінки спектральної густини потужності дає змогу виконувати спектральну обробку МРТ-зображень без явного задання параметричної моделі сигналу. Встановлено, що згладжена періодограма Денієлла може бути використана для пригнічення шумових артефактів, однак її ефективність залежить від розміру вікна згладжування і масштабу анатомічних структур. Також виявлено обмеження цього підходу при обробці повнорозмірних знімків, зокрема через вплив чорного фону МРТ-зображення на спектральну оцінку.

Як один зі шляхів подолання обмежень періодограмного підходу запропоновано гібридний метод, який поєднує попередню періодограмну обробку із згортковим автокодувальником. Такий підхід є доцільним в умовах обмеженої навчальної вибірки, оскільки періодограмна обробка виконує допоміжну роль і стабілізує вхідні дані для автокодувальника. Комбінована модель демонструє візуальну та кількісну перевагу за метриками SSIM, PSNR і FD порівняно з окремим автокодувальником в умовах надмалої вибірки. Разом із тим встановлено, що зі збільшенням обсягу навчальних даних додатковий внесок періодограмного входу поступово зменшується, а результати гібридного підходу наближаються до результатів окремого автокодувальника. Це дало

підстави зосередити подальше дослідження на вдосконаленні саме спектральної складової алгоритму.

В роботі розроблено метод зменшення шумових артефактів в k -просторі на основі двовимірного багатовіконного спектрального оцінювання. Обробка в k -просторі дає змогу моделювати шум до переходу до амплітудного подання, де його статистика ускладнюється внаслідок нелінійного перетворення комплексного сигналу. Для експериментального дослідження було використано амплітудну та фазову складові одного й того самого зрізу, сформовано комплексне зображення, виконано перехід до k -простору та змодельовано адитивний комплексний гауссівський шум. На цій основі запропоновано Вінер-подібний оператор спектрального стискання, в якому для стабілізації оцінки спектральної енергії сигналу використано набір ортогональних вікон Слєпіана. Такий підхід дозволив зменшити дисперсію спектральної оцінки та послабити спектральний витік, характерні для класичних одновіконних методів.

Експериментальні результати показали, що багатовіконний метод перевершує одновіконну періодограму за показником PSNR на 4.25 дБ, що відповідає у 2.66 рази меншій середньоквадратичній похибці реконструкції, за близького значення FSIM. Порівняно з методом нелокальних середніх (NLM), багатовіконний підхід забезпечує вищий PSNR на 1.16 дБ, що відповідає приблизно у 1.31 рази меншій середньоквадратичній похибці. Водночас NLM демонструє дещо вищий FSIM, ніж багатовіконний метод.

Отже, результати дисертаційної роботи підтверджують, що непараметричний спектральний аналіз є перспективною основою для методів магнітно-резонансної томографії за наявності артефактів. Найбільш перспективним напрямом у межах виконаного дослідження виявився багатовіконний спектральний аналіз комплексних МРТ-даних у k -просторі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Pooley, R.A., Fundamental physics of MR imaging, *RadioGraphics* 25(4), 1087-1099 (2005). <https://doi.org/10.1148/rg.254055027>
- [2] Plewes, D.B. and Kucharczyk, W., Physics of MRI: A Primer, *J. Magn. Reson. Imaging* 35(5), 1038-1054 (2012). <https://doi.org/10.1002/jmri.23642>
- [3] Grover, V.P., Tognarelli, J.M., Crossey, M.M., Cox, I.J., Taylor-Robinson, S.D. and McPhail, M.J., Magnetic Resonance Imaging: Principles and Techniques: Lessons for Clinicians, *J. Clin. Exp. Hepatol.* 5(3), 246-255 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.jceh.2015.08.001>
- [4] Soto, M.E., Pezoa, J.E. and Torres, S.N., Thermal noise estimation and removal in MRI: a noise cancellation approach, *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications*, Springer, 60-67 (2011). https://doi.org/10.1007/978-3-642-25085-9_8
- [5] Soares, J.F., et al., Task-based functional MRI challenges in clinical neuroscience: Choice of the best head motion correction approach in multiple sclerosis, *Front. Neurosci.* 16, 1017211 (2022). <https://doi.org/10.3389/fnins.2022.1017211>
- [6] Juneja, M., Rathee, A., Verma, R., Bhutani, R., Baghel, S., Saini, S.K. and Jindal, P., Denoising of magnetic resonance images of brain tumor using BT-Autonet, *Biomed. Signal Process. Control* 87, 105477 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2023.105477>
- [7] Mamotenko, S.P. and Netreba, A.V., Multitaper Spatial Frequency Domain Noise Reduction in Magnetic Resonance Imaging, (2025).
- [8] Gallagher, T.A., Nemeth, A.J. and Hacein-Bey, L., An introduction to the Fourier transform: relationship to MRI, *AJR Am. J. Roentgenol.* 190(5), 1396-1405 (2008). <https://doi.org/10.2214/AJR.07.2874>
- [9] Hansen, M.S. and Kellman, P., Image reconstruction: an overview for clinicians, *J. Magn. Reson. Imaging* 41(3), 573-585 (2015). <https://doi.org/10.1002/jmri.24687>
- [10] Levin, J.M., et al., Introduction to Functional Magnetic Resonance Imaging, *Functional MRI: Basic Principles and Clinical Applications*, Springer, 1-28 (2006).

- [11] National Electrical Manufacturers Association, Digital Imaging and Communications in Medicine (DICOM) Standard, NEMA PS3 / ISO 12052. <http://dicom.nema.org/>
- [12] Bidgood W. D. Jr., Horii S. C., Prior F. W., Van Syckle D. E. Understanding and using DICOM, the data interchange standard for biomedical imaging. *Journal of the American Medical Informatics Association*. 1997. Vol. 4, no. 3. P. 199–212. DOI: 10.1136/jamia.1997.0040199.
- [13] Flanders A. E., Carrino J. A. Understanding DICOM and IHE. *Seminars in Roentgenology*. 2003. Vol. 38, no. 3. P. 270–281. DOI: 10.1016/S0037-198X(03)00044-0.
- [14] Kahn C. E. Jr., Carrino J. A., Flynn M. J., Peck D. J., Horii S. C. DICOM and radiology: past, present, and future. *Journal of the American College of Radiology*. 2007. Vol. 4, no. 9. P. 652–657. DOI: 10.1016/j.jacr.2007.06.004.
- [15] Kahn C. E. Jr., Langlotz C. P., Channin D. S., Rubin D. L. Informatics in radiology: an information model of the DICOM standard. *Radiographics*. 2011. Vol. 31, no. 1. P. 295–304. DOI: 10.1148/rg.311105085.
- [16] Mildemberger, P., Eichelberg, M. and Martin, E., Introduction to the DICOM standard, *Eur. Radiol.* 12, 920-927 (2002). <https://doi.org/10.1007/s00330-001-1246-5>
- [17] Bernstein, M.A., King, K.F. and Zhou, X.J., *Handbook of MRI Pulse Sequences*, Elsevier Academic Press, Amsterdam (2004).
- [18] Larobina M., Murino L. Medical image file formats. *Journal of Digital Imaging*. 2014. Vol. 27, no. 2. P. 200–206. DOI: 10.1007/s10278-013-9657-9.
- [19] Riddle W. R., Pickens D. R. Extracting data from a DICOM file. *Medical Physics*. 2005. Vol. 32, no. 6. P. 1537–1541. DOI: 10.1118/1.1916183.
- [20] Moore S. M., Maffitt D. R., Smith K. E., Kirby J. S., Clark K. W., Freymann J. B., Vendt B. A., Tarbox L. R., Prior F. W. De-identification of medical images with retention of scientific research value. *Radiographics*. 2015. Vol. 35, no. 3. P. 727–735. DOI: 10.1148/rg.2015140244.
- [21] Fedorov A., Clunie D., Ulrich E., Bauer C., Wahle A., Brown B., Onken M., Riesmeier J., Pieper S., Kikinis R., Buatti J., Beichel R. R. DICOM for quantitative

imaging biomarker development: a standards-based approach to sharing clinical data and structured PET/CT analysis results in head and neck cancer research. PeerJ. 2016. Vol. 4. e2057. DOI: 10.7717/peerj.2057.

[22] Hennig, J., Nauerth, A. and Friedburg, H., RARE imaging: a fast imaging method for clinical MR, *Magn. Reson. Med.* 3(6), 823-833 (1986). <https://doi.org/10.1002/mrm.1910030602>

[23] Constable, R.T., Smith, R.C. and Gore, J.C., Signal-to-noise and contrast in fast spin echo (FSE) and inversion recovery FSE imaging, *J. Comput. Assist. Tomogr.* 16(1), 41-47 (1992).

[24] Bakshi, R., Ariyaratana, S., Benedict, R.H. and Jacobs, L., Fluid-attenuated inversion recovery magnetic resonance imaging detects cortical and juxtacortical multiple sclerosis lesions, *Arch. Neurol.* 58(5), 742-748 (2001). <https://doi.org/10.1001/archneur.58.5.742>

[25] Le Bihan, D., Breton, E., Lallemand, D., Grenier, P., Cabanis, E. and Laval-Jeantet, M., MR imaging of intravoxel incoherent motions: application to diffusion and perfusion in neurologic disorders, *Radiology* 161(2), 401-407 (1986). <https://doi.org/10.1148/radiology.161.2.3763909>

[26] Schaefer, P.W., Grant, P.E. and Gonzalez, R.G., Diffusion-weighted MR imaging of the brain, *Radiology* 217(2), 331-345 (2000). <https://doi.org/10.1148/radiology.217.2.r00nv24331>

[27] Haacke, E.M., Xu, Y., Cheng, Y.C. and Reichenbach, J.R., Susceptibility weighted imaging (SWI), *Magn. Reson. Med.* 52(3), 612-618 (2004). <https://doi.org/10.1002/mrm.20198>

[28] Haacke, E.M., Brown, R.W., Thompson, M.R. and Venkatesan, R., *Magnetic Resonance Imaging: Physical Principles and Sequence Design*, Wiley-Liss, New York (1999).

[29] Gudbjartsson, H. and Patz, S., The Rician distribution of noisy MRI data, *Magn. Reson. Med.* 34(6), 910-914 (1995). <https://doi.org/10.1002/mrm.1910340618>

- [30] Aja-Fernández, S. and Vegas-Sánchez-Ferrero, G., Statistical Analysis of Noise in MRI: Modeling, Filtering and Estimation, Springer International Publishing, Cham (2016).
- [31] Goyal, B., Dogra, A., Agrawal, S. and Sohi, B.S., Noise Issues Prevailing in Various Types of Medical Images, *Biomed. Pharmacol. J.* 11(3), 1227-1237 (2018). <https://doi.org/10.13005/bpj/1484>
- [32] Macovski, A., Noise in MRI, *Magn. Reson. Med.* 36(3), 494-497 (1996). <https://doi.org/10.1002/mrm.1910360327>
- [33] Haldar, J.P., The Problem of Hidden Noise in MR Image Reconstruction, *Proc. ISMRM* (2019).
- [34] McVeigh, E.R., Henkelman, R.M. and Bronskill, M.J., Noise and filtration in magnetic resonance imaging, *Med. Phys.* 12(5), 586-591 (1985). <https://doi.org/10.1118/1.595679>
- [35] Hussien, M.N. and Saripan, M.I., Computed tomography soft tissue restoration using Wiener filter, 2010 IEEE Student Conference on Research and Development (SCORED), 415-420 (2010). <https://doi.org/10.1109/SCORED.2010.5704045>
- [36] Lew, K.L., Kew, C.Y., Sim, K.S. and Tan, S.C., Adaptive Gaussian Wiener filter for CT-scan images with Gaussian noise variance, *J. Inform. Web Eng.* 3(1) (2024). <https://doi.org/10.33093/jiwe.2024.3.1.11>
- [37] Wiest-Daesslé, N., Prima, S., Coupé, P., Morrissey, S.P. and Barillot, C., Rician noise removal by non-local means filtering for low signal-to-noise ratio MRI: applications to DT-MRI, *Lect. Notes Comput. Sci.* 5242, 171-179 (2008). https://doi.org/10.1007/978-3-540-85990-1_21
- [38] Dabov, K., Foi, A., Katkovnik, V. and Egiazarian, K., Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering, *IEEE Trans. Image Process.* 16(8), 2080-2095 (2007). <https://doi.org/10.1109/TIP.2007.901238>
- [39] Manjón, J.V. and Coupé, P., MRI denoising using deep learning, *Patch-Based Techniques in Medical Imaging (Patch-MI)* (2018).

- [40] Ronneberger, O., Fischer, P. and Brox, T., U-Net: Convolutional networks for biomedical image segmentation, *Lect. Notes Comput. Sci.* 9351, 234-241 (2015). https://doi.org/10.1007/978-3-319-24574-4_28
- [41] Zhang, K., Zuo, W., Chen, Y., Meng, D. and Zhang, L., Beyond a Gaussian denoiser: Residual learning of deep CNN for image denoising, *IEEE Trans. Image Process.* 26(7), 3142-3155 (2017). <https://doi.org/10.1109/TIP.2017.2662206>
- [42] Thomas, A., et al., Denoising Autoencoder for the Removal of Noise in Brain MR Images, 2023 International Conference on Control, Communication and Computing (ICCC) (2023).
- [43] Rao, B.N. and Reddy, D.L.S., Brain MRI noise reduction using convolutional autoencoder, *Artificial Intelligence and Data Science (ICAIDS 2021)* (2022).
- [44] Gondara, L., Medical Image Denoising Using Convolutional Denoising Autoencoders, 16th International Conference on Data Mining Workshops (ICDMW 2016) (2016).
- [45] Piffer, S., et al., Tackling the small data problem in medical image classification with artificial intelligence: a systematic review, *Prog. Biomed. Eng.* 6 (2024). <https://doi.org/10.1088/2516-1091/ad525b>
- [46] Zangana, H.M. and Mustafa, F.M., Hybrid image denoising using wavelet transform and deep learning, *EAI Endorsed Trans. AI Robotics* 3 (2024). <https://doi.org/10.4108/airo.7486>
- [47] Marple, S.L. and Carey, W.M., Digital Spectral Analysis with Applications, *J. Acoust. Soc. Am.* 86(5), 2043 (1989). <https://doi.org/10.1121/1.398548>
- [48] Prerau, M.J., Brown, R.E., Bianchi, M.T., Ellenbogen, J.M. and Purdon, P.L., Sleep Neurophysiological Dynamics Through the Lens of Multitaper Spectral Analysis, *Physiology* 32(1), 60-92 (2017). <https://doi.org/10.1152/physiol.00062.2015>
- [49] Mitra, P.P. and Pesaran, B., Analysis of dynamic brain imaging data, *Biophys. J.* 76(2), 691-708 (1999). [https://doi.org/10.1016/S0006-3495\(99\)77236-X](https://doi.org/10.1016/S0006-3495(99)77236-X)
- [50] Zhang L., Zhang L., Mou X., Zhang D. FSIM: a feature similarity index for image quality assessment. *IEEE Transactions on Image Processing.* 2011. Vol. 20, no. 8. P. 2378–2386. DOI: 10.1109/TIP.2011.2109730.

- [51] Hore A., Ziou D. Image quality metrics: PSNR vs. SSIM. 20th International Conference on Pattern Recognition. 2010. P. 2366–2369. DOI: 10.1109/ICPR.2010.579.
- [52] Sampat M. P., Wang Z., Gupta S., Bovik A. C., Markey M. K. Complex wavelet structural similarity: a new image similarity index. IEEE Transactions on Image Processing. 2009. Vol. 18, no. 11. P. 2385–2401. DOI: 10.1109/TIP.2009.2025923.
- [53] Dohmen M., Klemens M. A., Baltruschat I. M., Truong T., Lenga M. Similarity and quality metrics for MR image-to-image translation. Scientific Reports. 2025. Vol. 15. Article 3853.
- [54] Breger A., Biguri A., Sabaté Landman M., Selby I., Amberg N., Brunner E., Gröhl J., Hatamikia S., Karner C., Ning L., Dittmer S., Roberts M., Schönlieb C.-B. A study of why we need to reassess full reference image quality assessment with medical images. Journal of Imaging Informatics in Medicine. 2025. DOI: 10.1007/s10278-025-01462-1.
- [55] Ilıcak E., Saritas E. U., Çukur T. Automated parameter selection for accelerated MRI reconstruction via low-rank modeling of local k-space neighborhoods. Zeitschrift für Medizinische Physik. 2023. Vol. 33, no. 1. P. 22–36. DOI: 10.1016/j.zemedi.2022.02.002.
- [56] Tan F., Mazaheri Y., Wang B., et al. Evaluating machine learning-based MRI reconstruction using digital image quality phantoms. Bioengineering. 2024. Vol. 11, no. 6. Art. 614.
- [57] Stoica, P. and Moses, R.L., Spectral Analysis of Signals, Pearson Education (2018).
- [58] Chaudhari, A. and Kulkarni, J., Noise estimation in single coil MR images, Biomed. Eng. Adv. 2, 100017 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.bea.2021.100017>
- [59] Oppenheim, A.V. and Schaffer, R.W., Discrete-Time Signal Processing, 3rd ed., Pearson (2010).
- [60] Kay, S.M., Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory, Prentice Hall (2013).

- [61] Rodrigues, R., Lévêque, L. and Pinheiro, A.M.G., Objective quality assessment of medical images and videos: review and challenges, *Multimed. Tools Appl.* 83 (2024). <https://doi.org/10.1007/s11042-024-20292-x>
- [62] Jung, B.A. and Weigel, M., Spin echo magnetic resonance imaging, *J. Magn. Reson. Imaging* 37(4), 805-817 (2013). <https://doi.org/10.1002/jmri.24068>
- [63] Monaretto, T., Moraes, T.B. and Colnago, L.A., Recent 1D and 2D TD–NMR Pulse Sequences for Plant Science, *Plants* 10(5), 833 (2021). <https://doi.org/10.3390/plants10050833>
- [64] Serai, S.D., Ho, M.L., Artunduaga, M., Chan, S.S. and Chavhan, G.B., Components of a magnetic resonance imaging system and their relationship to safety and image quality, *Pediatr. Radiol.* 51(5), 716-723 (2021). <https://doi.org/10.1007/s00247-020-04894-9>
- [65] Gonzalez, R.C. and Woods, R.E., *Digital Image Processing*, 4th ed., Pearson (2018).
- [66] Liu, Y., Zhao, C. and Zhang, R., Frequency domain analysis for noise reduction in magnetic resonance imaging: A review, *IEEE Access* 8, 124500-124515 (2020). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3006789>
- [67] He, W., Zhang, Y., Ding, J. and Zhao, L., A Modified Phase Cycling Method for Complex-Valued MRI Reconstruction, *Int. J. Biomed. Imaging* 2020, 8846220 (2020). <https://doi.org/10.1155/2020/8846220>
- [68] Renieblas, G.P., Nogués, A.T., González, A.M., Gómez-Leon, N. and Del Castillo, E.G., Structural similarity index family for image quality assessment in radiological images, *J. Med. Imaging* 4(3), 035501 (2017). <https://doi.org/10.1117/1.JMI.4.3.035501>
- [69] Wang, Z., Bovik, A.C., Sheikh, H.R. and Simoncelli, E.P., Image quality assessment: from error visibility to structural similarity, *IEEE Trans. Image Process.* 13(4), 600-612 (2004). <https://doi.org/10.1109/TIP.2003.819861>
- [70] Iftexharuddin, K.M., Jia, W. and Marsh, R., Fractal analysis of tumor in brain MR images, *Mach. Vision Appl.* 13(5-6), 352-362 (2003). <https://doi.org/10.1007/s00138-002-0087-9>

- [71] Falconer, K., *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*, 3rd ed., Wiley (2014).
- [72] Lopes, R. and Betrouni, N., Fractal and multifractal analysis: A review, *Med. Image Anal.* 13(4), 634-649 (2009). <https://doi.org/10.1016/j.media.2009.05.003>
- [73] Netreba, A.V., Naguliak, O.A. and Komarov, A.O., Gradient magnetic field signal phase-frequency coding modification for data regularization in magnetic resonance imaging, *Radioelectron. Commun. Syst.* 64(6), 281-292 (2021). <https://doi.org/10.3103/S0735272721060017>
- [74] Kononov, M.V., Nagulyak, O.A., Netreba, A.V. and Sudakov, A.A., Reconstruction in NMR by the method of signal matrix pseudoinversion, *Radioelectron. Commun. Syst.* 51(10), 531-533 (2008). <https://doi.org/10.3103/S0735272708100038>
- [75] Multiple Sclerosis Dataset [Dataset], Kaggle. <https://www.kaggle.com/datasets/trainingdatapro/multiple-sclerosis-dataset>
- [76] McCann, M.T., Jin, K.H. and Unser, M., Convolutional neural networks for inverse problems in imaging: A review, *IEEE Signal Process. Mag.* 34(6), 85-95 (2017). <https://doi.org/10.1109/MSP.2017.2739299>
- [77] Buades, A., Coll, B. and Morel, J.M., A non-local algorithm for image denoising, 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05) 2, 60-65 (2005).
- [78] Yang, J., et al., Brain MR image denoising for Rician noise using pre-smooth non-local means filter, *BioMed Eng. OnLine* 14 (2015). <https://doi.org/10.1186/1475-925X-14-2>
- [79] Goodfellow, I., Bengio, Y. and Courville, A., *Deep Learning*, MIT Press (2016).
- [80] Thomson, D.J., Spectrum estimation and harmonic analysis, *Proc. IEEE* 70(9), 1055-1096 (1982). <https://doi.org/10.1109/PROC.1982.12433>
- [81] Wiener, N., *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*, Wiley, New York (1949).
- [82] Bracewell, R.N., *The Fourier Transform and Its Applications*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York (2000).

- [83] Macovski, A., Medical Imaging Systems, Prentice-Hall, Englewood Cliffs (1983).
- [84] Lim, J.S. and Oppenheim, A.V., Enhancement and Bandwidth Compression of Noisy Speech, Proc. IEEE 67(12), 1586-1604 (1979).
<https://doi.org/10.1109/PROC.1979.11540>
- [85] McRobbie, D.W., Moore, E.A., Graves, M.J. and Prince, M.R., MRI from Picture to Proton, 3rd ed., Cambridge University Press (2017).
- [86] Oppenheim, A.V. and Lim, J.S., The Importance of Phase in Signals, Proc. IEEE 69(5), 529-541 (1981). <https://doi.org/10.1109/PROC.1981.12022>
- [87] Stathaki, T., Unitary Transforms and the 2D Discrete Fourier Transform, Imperial College London (lecture notes).
- [88] Reiss, M.A., Sabathiel, N. and Ahammer, H., Noise dependency of algorithms for calculating fractal dimensions in digital images, Chaos Solitons Fractals 78, 39-46 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2015.07.009>
- [89] Mamotenko, S.P. and Netreba, A.V., Magnetic resonance image data processing by the periodogram method, Radioelectron. Commun. Syst. (2025).
<https://doi.org/10.20535/S002134702412001X>
- [90] Gruber, B., Froeling, M., Leiner, T. and Klomp, D.W.J., RF coils: A practical guide for nonphysicists, J. Magn. Reson. Imaging 48(3), 590-604 (2018).
<https://doi.org/10.1002/jmri.26187>
- [91] Havsteen, I., Ohlhues, A., Madsen, K.H., Nybing, J.D. and Christensen, H., Are Movement Artifacts in Magnetic Resonance Imaging a Real Problem?—A Narrative Review, Front. Neurol. 8, 232 (2017). <https://doi.org/10.3389/fneur.2017.00232>
- [92] Zhou, S.K., Greenspan, H., Shen, D., et al., A review of deep learning in medical imaging: Imaging traits, technology trends, case studies with progress highlights, and future promises, Proc. IEEE 109(5), 820-838 (2021).
<https://doi.org/10.1109/JPROC.2021.3054390>
- [93] Masci, J., Meier, U., Cireşan, D. and Schmidhuber, J., Stacked Convolutional Auto-Encoders for Hierarchical Feature Extraction, Artif. Neural Networks Mach. Learn. – ICANN 2011, Springer, 52-59 (2011). https://doi.org/10.1007/978-3-642-21735-7_7

- [94] Kingma, D.P. and Ba, J., Adam: A Method for Stochastic Optimization, Proc. 3rd Int. Conf. Learn. Represent. (ICLR) (2015).
- [95] Glorot, X., Bordes, A. and Bengio, Y., Deep Sparse Rectifier Neural Networks, Proc. 14th Int. Conf. Artif. Intell. Stat. (AISTATS), 315-323 (2011).
- [96] Gholamalinezhad, H. and Khosravi, H., Pooling Methods in Deep Neural Networks, a Review, arXiv:2009.07485 (2020).
- [97] Mamotenko, S.P. and Netreba, A.V., Reconstruction for MRI by autoencoder and periodogram method, Mol. Cryst. Liq. Cryst. 769(15-18), 1547-1557 (2025).
<https://doi.org/10.1080/15421406.2025.2540101>
- [98] Bernstein, M.A., Fain, S.B. and Riederer, S.J., Effect of windowing and zero-filled reconstruction of MRI data on spatial resolution and acquisition strategy, J. Magn. Reson. Imaging 14(3), 270-280 (2001). <https://doi.org/10.1002/jmri.1173>
- [99] Babadi, B. and Brown, E.N., A review of multitaper spectral analysis, IEEE Trans. Biomed. Eng. 61(5), 1555-1564 (2014). <https://doi.org/10.1109/TBME.2014.2311996>
- [100] Slepian, D., Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis, and uncertainty V: The discrete case, Bell Syst. Tech. J. 57(5), 1371-1430 (1978).
- [101] Boll, S.F., Suppression of acoustic noise in speech using spectral subtraction, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. 27(2), 113-120 (1979).
<https://doi.org/10.1109/TASSP.1979.1163209>